COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 NOVEMBRE 1864.

PRÉSIDENCE DE M. MORIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Observations faites en 1863 à l'Observatoire impérial de Paris*, présentées par **M. Le Verrier.**

« Conformément aux prescriptions de notre Décret fondamental, le volume contenant les *Observations* faites en 1863 est publié dans le courant de l'année suivante (octobre 1864).

» Le service de l'Observatoire impérial est, depuis le mois d'octobre 1862, confié aux fonctionnaires de l'Université. La carrière astronomique n'en reste pas moins ouverte à ceux qui témoigneraient de dispositions spéciales, l'Université recevant avec empressement tous les hommes de talent et de savoir.

» La Lunette méridienne et le Cercle mural de Gambey ont été, pendant la première moitié de l'année, employés à l'ensemble des observations méridiennes. A partir du mois de juillet, ces instruments n'ont plus servi que pour des objets spéciaux, entre autres la détermination des longitudes terrestres et l'observation des positions des étoiles employées dans la détermination des latitudes. La liste de nos étoiles horaires, et celle des étoiles servant à la mesure des distances polaires, ont été ainsi doublées.

» Un grand Cercle méridien, dont l'objectif a $0^m,236$ d'ouverture libre et $3^m,85$ de distance focale, a été installé dans le mois de juin. Toutes les

divisions du Cercle avaient été étudiées à l'avance ; le travail et la forme des tourillons avaient été vérifiés, et on avait reconnu qu'ils ne laissaient rien à désirer. L'instrument ayant d'ailleurs offert une grande stabilité pendant les études qui en furent faites dans les mois de mai et de juin, il a été ultérieurement employé pour les observations méridiennes courantes.

» Les observations équatoriales des petites planètes ont été, depuis le mois de juillet, remplacées par des observations méridiennes faites au grand Cercle. Une convention a été passée entre les Observatoires de Paris et de Greenwich pour l'observation des planètes. Ces astres sont observés à Paris depuis la pleine Lune jusqu'à la nouvelle Lune, à Greenwich depuis la nouvelle Lune jusqu'à la pleine Lune. On trouvera dans l'exposé le texte même de cette convention, qui fixe l'époque et la durée de chaque série d'observations d'une planète : elle a été mise à exécution à partir du 14 octobre. Les observations faites dans les deux établissements sont réunies et insérées d'abord au *Bulletin international de l'Observatoire impérial de Paris*, et ensuite dans les volumes publiés chaque année par les deux Observatoires.

» La détermination des longitudes de divers points du réseau géodésique a été continuée. Strasbourg, Talmay, Brest, Nantes, Biarritz ont été déterminés pendant cette campagne. Madrid a, de plus, été relié à Biarritz et à Paris. On a aussi mesuré les latitudes de Strasbourg et Talmay, ainsi qu'un azimut à Strasbourg.

» Un grand télescope à miroir argenté de $0^{m},80$ de diamètre a été terminé.

» Une convention a été passée avec la ville de Marseille pour y ériger une succursale de l'Observatoire impérial de Paris, et y placer nos grands instruments sous un ciel plus favorable que ne l'est celui de la vallée de la Seine. Les travaux pour l'établissement de cette succursale touchent à leur fin.

» Le service *international* de la Physique du globe a reçu un nouveau développement. Son organisation fut proposée au commencement de 1855, à la suite des désastres causés par la tempête de Balaklava. Au commencement de 1857 on était prêt à fonctionner, et on doit regretter qu'il ait fallu négocier plusieurs années avant de pouvoir commencer une transmission régulière de prévisions atmosphériques pour les ports.

» Le *Bulletin météorologique*, considérablement étendu, a pris le titre de *Bulletin international*. Nous avons voulu caractériser ainsi cette œuvre, qui n'est devenue possible qu'avec le concours de tous les Observatoires et de toutes les Administrations télégraphiques de l'Europe. Le *Bulletin*, compre-

nant, en dehors de sa partie régulière, un grand nombre de documents scientifiques, forme aujourd'hui deux volumes in-folio par an.

» Le présent volume, consacré surtout à la publication des *Observations*, ne peut contenir toutes les discussions scientifiques et Mémoires spéciaux. Ces travaux sont compris dans la série de nos *Annales* attribuée aux Mémoires.

» Nous n'avons pu indiquer ici que d'une manière sommaire l'ensemble des travaux faits en l'année 1863. Il sera rendu compte à l'Académie, dans des Notes spéciales : des travaux de Géodésie (M. YVON VILLARCEAU) ; de la construction des grands instruments d'optique (M. L. FOUCAULT) ; du grand Cercle méridien (MM. SECRETAN et EICHENS) ; du service météorologique international (M. MARIÉ-DAVY) ; de l'installation de la succursale de Marseille, etc. »

PATHOLOGIE. — *Sur un nouveau cas de filaire sous-conjonctival ou* Filaria oculi *des auteurs, observé au Gabon (côte occidentale d'Afrique)*; *par* **M. GUYON.**

« Le filaire dont j'ai à entretenir l'Académie se rencontre toujours entre la conjonctive et la sclérotique, de telle sorte que, toujours aussi, on peut le voir et suivre ses mouvements à travers la transparence de la première membrane. Abandonné à lui-même, on le voit disparaître après un certain laps de temps, souvent pour revenir et disparaître encore après un nouveau séjour, ce qui peut se répéter plusieurs fois (1). Quelle que soit la durée de son séjour sous la conjonctive, la seule apparition qu'il y fait suffirait pour nous autoriser à maintenir la dénomination sous laquelle nous l'avons désigné dans le temps, celle de *filaire sous-conjonctival* (2), alors même que cette dénomination ne serait pas nécessitée pour le distinguer d'un autre filaire rencontré dans l'intérieur de l'œil, le filaire du cristallin [*Filaria lentis, Filaria lenticolis*, *Filaria oculi humani* de Nordmann (3)]; elle écarte

(1) Parlant de trois vers qui lui échappèrent, pendant l'extraction qu'il voulait en faire, un chirurgien de marine, sur lequel nous aurons à revenir, dit : « Ils ont disparu sans qu'ils aient occasionné aucune lésion apparente à la conjonctive, et ils n'ont pas reparu tout le temps que je suis resté avec les nègres qui en étaient porteurs. »

(2) *Gazette médicale de Paris*, année 1841, p. 106.

(3) Rencontré par Nordmann en 1831 et en 1832, et, peu après, par Gescheidt, a été vainement cherché depuis, par MM. Rayer et Davaine. Il existe aussi un filaire de la chambre antérieure de l'œil trouvé par le Dr Quatri, de Naples.

en même temps quelque vague que laissent dans l'esprit les auteurs qui s'en sont le plus occupés (1). Qu'il me soit donc permis de m'en servir dans le cours de ma communication.

» Déjà, et depuis longtemps, en 1838, j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie (séance du 29 octobre) le cas de deux filaires existant sur le même sujet, l'un dans l'œil droit, et l'autre dans l'œil gauche, mais qui se trouvaient parfois réunis dans le même œil. Le passage d'un œil à l'autre avait lieu avec la plus grande rapidité, à travers le tissu cellulaire de la racine du nez. Ils étaient séparés, c'est-à-dire que l'un était dans l'œil droit tandis que l'autre était dans l'œil gauche, lorsque l'opérateur fit l'extraction du dernier. Quelques heures après, de retour auprès de la malade pour extraire le ver de l'œil droit, l'opérateur le trouva passé dans l'œil gauche, d'où il en fit l'extraction par une nouvelle incision.

» Le sujet était une jeune négresse de la Martinique venant de la côte d'Afrique. Les deux vers mesuraient de 3 à 4 centimètres. Ils ont été soumis à l'examen des zoologistes de l'époque.

» Aujourd'hui, j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie un parasite semblable provenant d'un nègre du Gabon, et dont l'extraction a été faite par un chirurgien de notre marine de l'État. C'est peut-être le plus grand qu'on ait encore extrait de l'œil : il mesure 15 centimètres (2). Cette longueur dit assez que, malgré les replis qu'il formait sous la conjonctive, il n'y était pas tout entier; qu'il n'y était que dans une partie de sa longueur, l'autre restant engagée dans les tissus d'où il s'était avancé sur le globe oculaire. Sans doute, tel était à peu près celui observé en Amérique par M. le Dr Roulin, et sur lequel nous reviendrons plus loin. « Le dragonneau, dit » M. Roulin, était logé dans l'orbite de l'œil.... On ne le voyait pas constam- » ment; de temps à autre seulement, il s'avançait de l'angle externe de » l'œil vers la prunelle, en glissant entre la sclérotique et la conjonc- » tive. »

» Le filaire sous-conjonctival se voit assez fréquemment, non pas seulement au Gabon, mais encore sur beaucoup d'autres points de l'Afrique occidentale, ainsi que le ver de Médine ou de Guinée. Son nom y varie selon les localités; il porte celui de *loa* au Congo et sur la côte d'Angola.

---

(1) « Le filaire oculaire habite dans la glande lacrymale, même dans le globe de l'œil; Bajon en a retiré un individu de l'œil d'une négresse, etc. » (Moquin-Tandon.)

(2) L'un des deux *vers Bajon* avait 2 pouces de longueur; l'un des deux *vers Blot*, 38 millimètres; le *ver Mongin*, 1 ½ pouce, et le *ver Lestrille* 30 millimètres.

» Un ancien chirurgien de marine, Guyot, qui a fait jusqu'à sept voyages à la côte d'Afrique, donne sur le *loa* des détails étendus et pleins d'intérêt. Il rapporte le cas d'une négresse chez laquelle existait un *loa* qui disparut immédiatement après qu'il l'eut piqué involontairement, comme il pratiquait, avec une lancette, des mouchetures sur la conjonctive enflammée qui le recouvrait. Sur cinq nègres chez lesquels il en essaya l'extraction, en 1777 (avec une aiguille à suture qu'il passait sous le ver après avoir traversé la conjonctive), le ver lui échappa trois fois, en se retirant dans la profondeur de l'orbite, sans doute comme avait fait celui de la négresse précitée.

» Tous ces détails de l'ancien chirurgien de marine se trouvent dans un recueil de Mémoires publié en 1805 par J.-N. Arrachart (1); ils ont été reproduits par M. le Dr P. Rayer, en 1843, dans sa *Note additionnelle sur les vers observés dans l'œil ou dans l'orbite des animaux vertébrés* (2).

» Plus récemment, en 1854, un autre chirurgien de marine, M. Lestrille, a observé au Gabon un nouveau cas de filaire sous-conjonctival. C'était sur un nègre, du nom de *Chicou*, qui était venu le prier de lui enlever quelque chose qui lui marchait dans l'œil. M. Lestrille reconnut de suite le parasite, et il en fit l'extraction avec des pinces. Une ouverture de la conjonctive avait d'abord été pratiquée avec des ciseaux courbes sur le plat.

» Ce cas de filaire fait le sujet d'une observation insérée dans la *Zoologie médicale*, t. II, p. 143, de MM. Gervais et Van Beneden.

» Tous les zoologistes et tous les médecins savent que le ver dont nous parlons, comme celui de Médine ou de Guinée, si tant est qu'il en diffère, peut s'observer partout où vont des individus, indigènes et autres, qui en ont pris le germe dans les contrées où il est endémique (3). La science, jusqu'à ce jour, en a enregistré six cas pour différents points de l'Amérique, savoir :

» 1° Deux cas à Cayenne, observés par Bajon, le premier sur une négrite en 1768, et le second sur une négresse en 1771 (4);

---

(1) *Mémoires, dissertations de chirurgie et observations de chirurgie*, p. 228.

(2) Dans les *Annales de médecine comparée*, fasc. 2, p. 113, année 1843.

(3) J'ai observé deux fois, à Alger, le ver de Médine : la première fois sur un Maure, de retour, depuis deux à trois mois, du pèlerinage de la Mecque, et la seconde sur un marin anglais venant des Indes orientales, d'où il était parti depuis cinq à six mois. Ces deux observations ont été données dans la *Gazette médicale de Paris*, année 1841, p. 106 et suivantes.

(4) *Mémoire pour servir à l'histoire de Cayenne et de la Guyane*, t. Ier, p. 325.

» 2° Un cas à Saint-Domingue, en 1770, observé par Mongin sur une négresse (1);

» 3° Un cas à Monpox, sur les bords de la Magdeleine, en 1828, observé sur une négresse par M. le Dr Roulin (2);

» 4° Un cas à Rio-Janeiro (Brésil), en 1833, sur une négresse de nation *Mina*, observé par les docteurs Sigaud et Christovaò José dos Santos (3);

» 5° Un cas à la Martinique, en 1837, observé sur une jeune négresse par M. le Dr Blot (4);

» Sur ces six cas, le parasite a été extrait quatre fois.

» Comme on a dû le remarquer, le filaire sous-conjonctival ne se fait jamais jour à travers la conjonctive, comme le filaire de Médine à travers les téguments. Ce n'est pourtant pas que ce ver n'occasionne sur la membrane, soit à raison de sa taille et de son volume, soit à raison de ses mouvements, soit encore à raison de ces différentes circonstances réunies, une certaine irritation accompagnée de larmoiement; mais cette irritation, cette inflammation même, si l'on veut, n'est jamais portée au point de déterminer une solution de continuité qui permette la sortie du parasite. Quant à son extraction, elle peut se faire assez aisément, pourvu qu'on y apporte une certaine dextérité, car, comme on l'a vu, le parasite fuit l'instrument qui le touche ou cherche à le saisir (5). Pour la pratiquer, on incise avec une lancette, ou, mieux, avec des ciseaux, le pli que forme la conjonctive soulevée par une pince à disséquer; le ver est alors à nu au fond de l'incision : on l'y saisit, et on l'extrait avec une autre pince semblable, la première servant à tenir écartées les deux lèvres de l'incision.

» Le filaire sous-conjonctival constitue-t-il une espèce particulière de

---

(1) *Journal de Médecine*, t. XXXII, p. 338, année 1770, mois d'avril.

(2) *Séance de l'Académie des Sciences du* 3 *décembre* 1832, dans les *Archives générales de Médecine de* 1832, 10e année.

Cette observation de M. le Dr Roulin a été rapportée, par erreur, à M. le Dr Clot-Bey, à qui l'on doit de précieuses observations sur le dragonneau en Égypte, mais qui n'a jamais été en Amérique.

(3) J.-F.-X. Sigaud, *Du climat et des maladies du Brésil*, p. 135. Paris, 1844.

(4) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, année 1838, 2e trimestre, p. 755.

(5) *Observations Guyot*, précitées; aussi l'*observation Bajon*, où il est dit : « Je crus qu'en faisant une petite ouverture à la conjonctive du côté de la tête du ver, puis en l'excitant ensuite à se mouvoir, il sortirait de lui-même. J'exécutai ce projet; mais, au lieu de s'engager dans l'ouverture que je lui avais faite, il passa à côté, pour aller au côté opposé... »

filaire, différente de celui dit de Médine (*Filaria medinensis*), ou bien ne serait-il que celui-ci même dans le jeune âge, comme le pensent quelques zoologistes? D'autres pensent que ce serait peut-être le mâle de cette même espèce dont on ne connaît encore que la femelle. Mais, ne se pourrait-il pas que la femelle pénétrât seule dans notre organisme après sa fécondation, à l'instar de la chique (*Pulex penetrans*) qui, seule, y pénètre après la sienne?

» En attendant que quelques recherches anatomiques, qui ne peuvent être faites que sur des sujets à l'état frais, viennent éclairer ces questions, nous ferons remarquer, comme propres à étayer l'identité des deux vers :

» 1° Que tous deux reconnaissent les mêmes contrées pour patrie, à savoir l'Afrique tropicale surtout, l'Arabie, la Perse et l'Inde, et que tous deux aussi ont le tissu cellulaire pour habitat;

» 2° Que le filaire sous-conjonctival n'est pas propre, particulier au tissu cellulaire de la conjonctive; qu'il n'y apparaît, en quelque sorte, que comme un oiseau de passage, et qu'il s'en éloigne, on peut le supposer du moins, lorsqu'il n'y trouve plus l'espace nécessaire à son développement.

» On a déja dit et établi avant nous que la connaissance du ver de Médine remonte à une assez haute antiquité; que Plutarque en parle dans ses *Propos de table* (SYMPOSIAQUES), d'après Agatharchides de Cnide, qui paraît être le premier qui le mentionne dans son Périple de la mer Rouge (1). Or, Agatharchides de Cnide était contemporain de Ptolémée-Alexandre, de sorte qu'il vivait de 140 à 150 ans avant J.-C.

» Nos documents sur le filaire sous-conjonctival, admettant qu'il diffère du premier, le filaire de Médine, ne remontent pas aussi haut : le premier que nous possédions ne remonte qu'aux dernières années du XVI[e] siècle. C'est un tableau intercalé dans une description du ver de Médine (*Descriptio morbi verminantis*) qui se trouve dans la relation d'un voyage au Congo et autres lieux de l'Afrique occidentale, publiée à Francfort en 1598 (2). Ce tableau représente, savoir :

---

(1) « Et ceulx qui furent malades à l'entour de la mer Rouge, ainsi comme Agatharchides escrit, eurent des accidens estranges, que personne n'avoit jamais ne leus ne veus, et, entre autres, qu'il leur sortoit de petits serpentaux qui leur mangeoient le gras des jambes, et les souris des bras. Et, quand on leur cuidoit toucher, ils rentroient en dedans, et s'envelop-pant parmy les muscles, engendroient des bosses et aposthumes qui laissoient des douleurs intolérables. » (*Les Propos de table*, ou *Symposiaques*, liv. IX, p. 423, traduction d'Amyot.)

(2) Traduite de l'italien en latin par Cassiodore Reinus, et éditée, avec figures, par les frères de Bry, sous le titre de *Vera descriptio regni africani, quod tam ab incolis quam Lusitanis Congus appellatur.*

» 1° Au centre, trois individus debout, vus par derrière, nus et présentant sans doute de ces nodosités que déterminent, à leur approche des téguments, les vers venus pour s'y frayer un passage, ce qui, toutefois, ne se distingue pas bien clairement, à raison de la petitesse des figures et de l'imperfection du dessin;

» 2° Sur la gauche, un homme assis et présentant, sur la face antérieure de la jambe droite, une portion de ver roulée sur un bâtonnet, et appendant sur le membre par une autre portion de ver encore engagée dans la plaie. Le même individu, de sa main droite, roule sur un autre bâtonnet, en le protégeant de sa main gauche, un ver sortant de la partie inférieure et interne de la cuisse du même côté;

» 3° Sur la droite, un homme également assis, la tête portée en arrière et soutenue par deux aides debout; elle est légèrement inclinée sur le côté gauche, présentant l'œil droit à l'opérateur également debout, ayant la main droite munie d'un instrument dirigé sur l'œil, comme pour l'opération de la cataracte; sa main gauche est passée sous le bras droit du patient. Derrière le groupe est un individu qui paraît être un chef présidant à l'opération. Debout, comme l'opérateur et les aides, il tient à la main droite un bâton dont l'extrémité, terminée en fer de lance, est élevée au-dessus du groupe et semble le protéger. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Production de Bactéries et de Vibrions dans les phlegmasies des bronches, des fosses nasales et du conduit auditif externe; par* **M. F.-A. Pouchet.**

« A diverses reprises, j'avais remarqué que dans les phlegmasies de la trachée et des bronches, ainsi que dans celles des fosses nasales et du conduit auriculaire, certains malades, après une nuit absolument calme, se réveillaient en éprouvant une démangeaison extrêmement vive dans l'organe malade.

» Les démangeaisons insupportables que produisent les *Oxyurus vermicularis*, par leurs mouvements sur la muqueuse du rectum ou de la vulve, me firent présumer que, peut-être, le symptôme dont il vient d'être question provenait d'une cause analogue et était dû à la présence d'animalcules microscopiques. L'observation m'a démontré qu'il en était ainsi.

» A deux reprises, sur un homme qui était affecté d'un léger catarrhe pulmonaire et qui se réveilla, après une nuit parfaitement calme, en éprouvant une vive démangeaison dans la trachée, je trouvai ses premiers cra-

chats remplis d'une grande abondance de *Bactéries* douées des plus rapides mouvements ; avec ces Microzoaires, on observait aussi des *Monades*.

» Une demi-heure après, l'expectoration ayant été abondante, les crachats n'offraient aucun de ces animaux et les démangeaisons étaient disparues.

» J'ai fait la même observation sur une personne qui avait un coryza.

» Enfin, sur un malade affecté d'une otite chronique externe, voici ce que j'ai observé à huit ou dix reprises. Lorsque l'écoulement était peu abondant, toutes les fois que le malade éprouvait un sentiment de formication, un prurit prononcé dans le conduit auriculaire; si alors on en examinait la sécrétion puriforme, on y rencontrait toujours une quantité prodigieuse de Bactéries douées de vifs mouvements saccadés. Avec celles-ci, souvent il existait des Monades et quelques petits Vibrions d'espèces indéterminables.

» Lorsque l'écoulement était abondant ou avait lieu sans prurit, on n'y rencontrait aucun animalcule vivant.

» Ces observations me portent à conclure que, dans certaines circonstances, lorsque les sécrétions des muqueuses ou de quelques parties de la peau sont altérées par une phlegmasie, il s'y produit des Bactéries, des Vibrions et des Monades, et que c'est probablement aux mouvements des premières, qui toujours y sont en masses serrées, qu'est dû le prurit insupportable qu'éprouvent les malades. En effet, ce phénomène n'avait pas lieu, soit quand la sécrétion n'offrait aucun de ces animalcules, soit quand elle n'en offrait que de morts.

» Dans les sécrétions normales, soit des bronches, soit des fosses nasales ou du conduit auditif, on ne rencontre point les animalcules que nous venons de mentionner. Leur apparition coïncide avec l'altération morbide de ces sécrétions, lorsque la température est élevée et que celles-ci restent à la surface des membranes et s'y altèrent rapidement, sous l'influence des causes les plus propres à déterminer la putréfaction, telles que la chaleur, l'air et l'humidité. »

ALGÈBRE. — *Sur la théorie des racines réelles et imaginaires des équations du cinquième degré; par* M. SYLVESTER, de Woolwich.

« On sait la découverte faite par M. Hermite et insérée dans le tome IX du *Journal de Mathématiques de Cambridge et Dublin.* C'est là que M. Hermite a fait la belle observation, qu'aux conditions fournies par le théorème

de Sturm on peut substituer des fonctions des invariants d'une forme binaire de degré impair quelconque, pour déterminer le nombre de ses racines réelles et imaginaires. De plus, M. Hermite, en suivant une marche toute particulière, a donné les *criteria* actuels, qui servent à peu près pour distinguer entre les trois cas qui se présentent dans la considération des formes du cinquième degré, c'est-à-dire le cas où toutes les racines sont réelles, celui où trois seulement sont réelles et le cas où il n'y a qu'une seule réelle. Cependant ce grand travail avait laissé quelque chose à désirer; car pour remplir cet objet, M. Hermite a été conduit à se servir de cinq invariants, un du degré 4, un (le discriminant) du degré 8 et trois chacun du degré 12, tandis que la méthode de M. Sturm n'exige que l'emploi de quatre *criteria*. De plus, le système de conditions donné par M. Hermite n'est pas absolument complet, mais laisse une certaine lacune à combler : je veux dire qu'il y a de certaines combinaisons de ses *criteria* pour lesquelles il reste douteux si la forme possède cinq ou bien une seule racine réelle; c'était une omission dont M. Hermite avait conscience et qu'il aurait sans doute trouvé le moyen de remplir. En me pénétrant de l'esprit de la méthode de M. Hermite, mais en suivant une tout autre voie d'application, je suis parvenu à trouver la solution la plus générale de ce problème important sous une forme d'une simplicité qui ne laisse rien à désirer, et à laquelle aucun cas n'échappe. Dans cette solution, au lieu d'excéder le nombre des *criteria* donnés par la méthode générale de M. Sturm, on se sert d'un de moins; en effet, en outre du discriminant, on n'a besoin que d'un invariant (le seul qui existe) du quatrième ordre et un du douzième ordre. Nommons D le discriminant de la forme proposée; J le discriminant de son covariant quadratique le plus simple multiplié par -4, L le discriminant de son covariant cubique le plus simple multiplié par -27, et de plus écrivons

$$\Lambda = J^3 - 2^{11}L;$$

J, D, Λ suffisent pour déterminer le caractère des racines selon la règle suivante :

» *Quand* D *est négatif, trois racines sont réelles, deux imaginaires.*

» *Quand* D *est positif, si* J *et* $\Lambda + \mu JD$ *sont tous les deux négatifs, les racines seront toutes réelles; dans le cas contraire, une seule sera réelle.*

» μ est un paramètre numérique variable à volonté entre certaines limites que j'ai trouvées, mais que je n'ose rapporter, n'ayant pas les calculs sous mes yeux. Je crois cependant pouvoir affirmer en toute sûreté que ces limites sont ou $1, -2$, ou bien $-1, 2$. Avec ces mêmes *criteria* on peut

aussi déterminer le caractère des racines dans le cas où D devient zéro, mais je n'entrerai pas ici dans ce détail.

» La valeur $\mu = -\frac{4}{5}$ ne sort pas des limites permises, et on trouvera que $A - \frac{4}{5}$ JD s'exprime facilement en fonction des racines. Nommons-les a, b, c, d, e en désignant par K un certain coefficient numérique et positif, on aura

$$\frac{4}{5}\text{JD} - \text{A}$$
$$= \text{K}\sum[(a-b)^2(a-c)^2(b-c)^2(a-d)^4(a-e)^4(b-d)^4(b-e)^4(c-d)^4(c-e)^4].$$

De plus, en nommant q un autre multiplicateur numérique et positif, on aura

$$-\text{J} = q\sum[(a-b)^2(a-c)^2(b-c)^2(d-e)^4].$$

Posons

$$\text{Q}(d,e) = (a-b)^2(a-c)^2(b-c)^2(d-e)^4.$$

Alors, pour distinguer entre le cas où il n'y a pas de racines imaginaires et le cas où il y en a quatre (les seuls qui se présentent quand D est positif), la règle donnée ci-dessus conduit à l'observation que si les racines ne sont pas toutes réelles et si D est positif, $\sum \text{Q}(d, e)$ et $\sum\frac{1}{\text{Q}(d, e)}$ ne peuvent pas rester tous les deux positifs. Dans le cas contraire il est évident que $\sum\text{Q}$ et $\sum\frac{1}{\text{Q}}$ sont tous les deux positifs. J'ajouterai quelques mots sur la marche que j'ai suivie pour obtenir ces résultats. Je démontre qu'en général la forme $(x, y)^5$ peut être réduite par des substitutions linéaires et réelles à l'expression $au^5 + bv^5 + cw^5$, où w est une fonction linéaire et réelle de x, y; u, v des fonctions linéaires, mais pas nécessairement réelles, et où de plus $u + v + w = 0$. Le cas d'exception, c'est celui où le covariant cubique du troisième ordre par rapport aux coefficients (dit le *canonisant*) contient des racines égales ou bien s'évanouit. Dans ce cas, sauf la supposition de trois racines égales et quand, conséquemment, tous les invariants s'évanouissent, la proposée se réduit par des substitutions linéaires à la forme de Jerrard $ax^5 + exy^4 + fy^5$. De là on conclut facilement que, étant donnés J, D, L (pourvu qu'on n'ait pas en même temps J = 0, D = 0, L = 0), le caractère des racines, quant à la distinction entre le réel et l'imaginaire,

est absolument déterminé, et de plus que J, D, L, non-seulement doivent être réels, mais encore (comme l'a remarqué le premier mon devancier M. Hermite) doivent satisfaire à une certaine condition d'inégalité, c'est-à-dire qu'une certaine fonction (nommons-la G) de J, D, L doit rester toujours positive. Je prends J, D, L pour coordonnées d'un point dans l'espace. Alors la surface $G = 0$ divisera l'espace en deux portions pour l'une desquelles (qu'on peut nommer *la portion facultative*) tous les points correspondront à des familles d'équations avec des coefficients réels et dans l'autre (qu'on peut nommer *la portion non facultative*) tous les points correspondront à des familles d'équations avec des coefficients conjugués. Ces deux portions d'espace sont exactement égales et contraires, étant disposées symétriquement par rapport à l'axe de D. Cela étant, je trouve que la première (en faisant pour le moment abstraction du plan de D) se divise en trois régions. Toute la portion facultative au-dessous du plan de D constitue une seule région, tandis que la portion facultative au-dessus de ce plan se divise en deux régions qui se rencontrent dans la ligne où la surface G touche le plan de D, c'est-à-dire la ligne parabolique $\Lambda = 0$, $D = 0$.

» La condition qui fixe les limites de ces trois régions ou, si l'on veut, de ces trois circonscriptions limitrophes, c'est qu'on doit pouvoir passer dans une région donnée d'un point à un autre sans percer ni toucher le plan de D. Cela étant ainsi, on démontre facilement que pour chaque région les familles des formes représentées par un point qui y est renfermé appartiennent à la même catégorie, quant au nombre de leurs racines réelles et imaginaires, et on assigne sans aucune difficulté son propre caractère radical à chaque région. En exprimant dans la langue de l'analyse les conditions qui servent pour déterminer à quelle région répond un système donné de valeurs de J, D, L, on établit la règle donnée ci-dessus pour fixer le caractère des racines de la forme à laquelle ces trois invariants appartiennent. On devinera facilement comment le paramètre μ vient s'offrir dans ces conditions : en effet,

$$\Lambda + \mu JD = 0$$

représente une surface qui, passant par la ligne limitrophe aux deux régions supérieures, ne passe par aucun point facultatif au-dessus du plan de D, c'est-à-dire ne rencontre nulle part la surface $G = 0$ au-dessus de ce plan.

» Le perfectionnement que j'ai eu le bonheur d'ajouter ainsi à la découverte de mon confrère s'est offert à moi comme une conséquence (dans

l'ordre subjectif des idées) du théorème que j'ai eu l'honneur déjà de publier dans les *Comptes rendus* de cette année, et qui se rapporte à la limite du nombre des racines réelles de l'équation

$$\lambda_1 (x + c_1)^m + \lambda_2 (x + c_2)^m + \ldots + \lambda_i (x + c_i)^m = 0.$$

» Dans cette équation, en supposant $c_1, c_2, \ldots, c_m$ arrangés en ordre de leurs grandeurs et en écrivant la suite $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_i, (-1)^m \lambda_{i-1}$, le théorème consiste en ce que le nombre des racines réelles ne peut pas dépasser le nombre de changements de signe dans la suite; mais j'avais imposé la condition que m doit être un nombre entier et positif; cette dernière restriction au moins est superflue; le théorème reste vrai quand m est un nombre négatif, tout aussi bien comme quand il est positif. Cette extension suit comme conséquence immédiate d'un théorème algébrique qu'on peut établir sans aucune difficulté, mais que je ne me rappelle pas d'avoir jamais rencontré.

» Soient $f(x, y)$, $\varphi(x, y)$ deux fonctions homogènes quelconques en x, y; J la Jacobienne de f, φ, c'est-à-dire $\frac{df}{dx} \frac{d\varphi}{dy} - \frac{df}{dy} \frac{d\varphi}{dx}$. Alors je dis qu'un nombre impair des racines de J sera compris entre chaque paire de racines réelles et consécutives de f, comme évidemment aussi entre chaque paire de racines réelles et consécutices de φ, de sorte que le nombre des racines réelles de f ni de φ ne peut excéder de plus d'une unité le nombre des racines réelles de J. Si on prend $\varphi(x, y) = y$, on retombe sur le théorème d'Algèbre élémentaire qui donne la disposition des racines réelles de $f'x$ par rapport aux racines réelles de fx. »

M. Bouisson annonce que l'inauguration des deux statues de *Lapeyronie* et de *Barthez* aura lieu le 15 de ce mois à Montpellier, à l'occasion de la rentrée solennelle des Facultés. Ce double monument, consacré à la mémoire de deux savants que Montpellier a vus naître, mais qui ont l'un et l'autre appartenu, à différents titres, à l'Académie, a été élevé au moyen de souscriptions. La Commission qui avait été chargée d'assurer les moyens d'exécution espère que l'Académie des Sciences voudra bien se faire représenter dans cette solennité.

L'Académie voit avec un grand intérêt cette inauguration et regrette que ses travaux de la fin de l'année ne permettent à aucun de ses Membres de l'y représenter.

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions ; par* **M. H. Tresca.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Pouillet, Duhamel, Piobert, Morin.)

« Ce Mémoire a pour objet : 1° de montrer, par les résultats de nombreuses expériences, que les corps solides peuvent, sans changer d'état, s'écouler à la manière des liquides lorsqu'on exerce à leur surface des pressions suffisamment grandes ; 2° de donner la théorie de cet écoulement et d'indiquer les déductions les plus importantes que l'on peut en tirer pour l'étude des mouvements moléculaires, pour celle du travail mécanique qu'ils exigent et pour diverses autres applications.

» Les mêmes phénomènes d'écoulement y sont constatés pour les métaux mous et les métaux durs, pour les matières plastiques telles que les pâtes céramiques, pour les matières pulvérisées telles que les grès, pour les matières grenues telles que les plombs de chasse, et, d'une manière moins complète, pour les liquides eux-mêmes.

» Ce travail n'a point été fait par suite d'idées préconçues et comme un but que l'on se soit proposé *à priori.* Il ne s'est présenté qu'à la suite d'expériences multipliées, réalisées en premier lieu dans des circonstances complexes, que je me suis efforcé de ramener à des conditions plus simples et telles, que les lois des phénomènes puissent être facilement étudiées.

» Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui au jugement de l'Académie j'expose la méthode à laquelle j'ai eu recours. Afin de pouvoir étudier les déplacements relatifs des diverses parties de la masse sur laquelle je voulais agir, cette méthode repose sur la décomposition des solides en plusieurs pièces, dont les surfaces de joints, connues à l'avance, se transforment à chaque modification apportée dans la forme générale. Ces surfaces de joints étaient ordinairement planes, parfois cylindriques, lorsque l'on voulait étudier de plus près les déplacements produits autour de l'axe de figure.

» Ce premier Mémoire est exclusivement consacré à l'étude de la composition des jets qui se forment, lorsqu'après avoir placé dans un cylindre un bloc composé de rondelles homogènes on exerce sur l'une des bases de ce bloc un effort, qui s'est élevé quelquefois jusqu'à 100000 kilogrammes, et qui devait être suffisant pour que la matière s'écoulât par un orifice circulaire, plus ou moins grand, et concentrique avec le cylindre. Ces conditions

sont celles du cas le plus ordinaire de l'écoulement des liquides, et les résultats obtenus dans les expériences nouvelles se trouvent écrits sur les échantillons mêmes après qu'ils ont été coupés suivant l'axe du jet et polis.

» Les lignes de joint se sont transformées de manière à faire connaître les déplacements de chacune des molécules, et l'examen des lignes ainsi indiquées donne lieu aux conséquences générales qui suivent :

» 1° Dans tous les échantillons, sans exception, les faces planes des plaques se sont modifiées au centre de manière à former des surfaces de révolution, presque cylindriques dans le jet, y descendant à une distance plus ou moins grande et se terminant par une calotte qui tourne sa convexité vers l'extrémité du jet.

» 2° Ces tubes sont parfaitement continus ; ils s'emboîtent les uns dans les autres de manière que chaque ligne de joint se trouve représentée, dans les coupes faites par l'axe du jet, par un trait d'une grande finesse et généralement très-régulier.

» 3° Ces lignes de joint font voir que toutes les molécules qui composaient le bloc primitif viennent individuellement se placer dans le jet, absolument comme le feraient les molécules d'un liquide qui s'écoulerait, sur le bord de l'orifice, comme sur la crête d'un déversoir circulaire.

» 4° Ces mêmes transformations de surfaces ayant été vues dans deux couches superposées d'un liquide qui s'écoule sous la seule action de la gravité, il faut nécessairement reconnaître que le principe du parallélisme des tranches ne répond pas, au point de vue physique, à la réalité des faits, et qu'il conviendra de le remplacer par un autre principe, celui de la concentricité des couches, lorsqu'on voudra rendre compte des phénomènes tels qu'ils se produisent, tant pour les liquides que pour les solides.

» 5° Les épaisseurs des calottes qui terminent les plaques dans le jet vont en augmentant à partir de son extrémité dans une progression plus rapide que le nombre des plaques. Pour les premières plaques la différence d'épaisseur est toujours très-faible.

» 6° Dans les parties où l'un des tubes a pris à peu près la forme cylindrique, à l'intérieur et à l'extérieur, l'épaisseur de ce tube est telle, que sa section diffère très-peu de celle qui représenterait la section totale du jet divisée par le nombre des plaques.

» 7° On remarque souvent dans l'axe du jet, et particulièrement vers son extrémité, des vides formés entre les plaques. Ces vides sont accidentels et doivent être attribués au défaut d'adhérence des plaques entre elles. Ils ne se présenteraient jamais dans une masse homogène continue, et il est bon

de remarquer que quand ils se sont formés à la naissance du jet, ils ne se referment pas après sa sortie.

» 8° Lorsque, par suite de la formation du jet, l'épaisseur du bloc est descendue au-dessous d'une certaine limite, le jet devient creux et en même temps il se contracte de manière à présenter, sous ce double rapport, les phénomènes connus dans l'écoulement des liquides, lorsque la hauteur de chute devient petite par rapport aux dimensions de l'orifice.

» 9° Quand la hauteur du bloc diminue encore, le métal qui s'écoule se plisse dans tous les sens, et le défaut de résistance résultant de la petite épaisseur à laquelle il est amené ne permet plus de faire d'observations précises; mais, dans ce cas encore, les élongations produites offrent l'aspect des cannelures longitudinales qu'on rencontre dans certaines veines fluides.

» 10° La forme intérieure de la paroi des jets creux, lorsqu'elle est encore régulière, est extrêmement remarquable en ce qu'elle montre parfaitement le mode de formation d'une veine par l'expulsion de la matière comprimée et la résistance que cette matière oppose, par suite de sa cohésion et de sa symétrie, à toute déformation qui ne serait pas symétrique par rapport à son axe de figure.

» La plupart de ces circonstances ont pu être déduites géométriquement d'une théorie basée sur l'*expulsion du cylindre central*, et dans laquelle on admet seulement que le volume primitif ne change pas, que dans le bloc toutes les couches diminuent proportionnellement d'épaisseur pendant l'écoulement, et que tous les anneaux concentriques, à mesure qu'ils arrivent dans le cylindre formé par le prolongement du jet, diminuent de manière à conserver entre leurs surfaces la même proportionnalité. Suivant cette théorie, qui rend compte des principaux faits observés :

» 1° La transformée d'un rayon quelconque du cylindre serait représentée par une équation de la forme $yx^k = m$, dans toute la partie du bloc comprise dans le prolongement du jet.

» 2° A l'extérieur de cette partie centrale le rayon primitif conserve sa forme rectiligne, et il est représenté dans le jet par une parallèle à l'axe, ce qui revient à dire que chaque couche horizontale se transforme dans le jet en un tube cylindrique.

» 3° La loi de la variation des rayons, à partir de la première plaque, qui forme la paroi extérieure du jet, est exprimée par une relation de la forme

$$r = R_1 \left(\frac{a}{H}\right)^k.$$

» 4° Lorsque l'orifice peut être considéré comme très-petit par rapport au diamètre du cylindre primitif, tous les tubes sont d'égale section.

» 5° La loi qui exprime la relation entre les numéros d'ordre des plaques et les distances à l'extrémité du jet est la suivante :

$$L - l = \frac{R^2}{R_1^2} H \left[1 - \left(\frac{n}{N} \right)^{\frac{R^2}{R_1^2}} \right].$$

» Les tableaux graphiques joints au Mémoire indiquent qu'en réalité les épaisseurs mesurées s'éloignent de cette loi en deux sens contraires, suivant que le bloc a une épaisseur plus petite ou plus grande qu'une limite donnée. Cette différence s'explique facilement par l'influence de la cohésion de la matière.

» 6° Toute surface cylindrique concentrique à l'axe reste cylindrique dans toute la partie qui est comprise dans le bloc.

» 7° Toute surface de cette nature se transforme dans le jet en une surface de révolution qui a pour méridien une ligne courbe dont l'équation est de la forme $y = sx^{k''}$, lorsqu'elle est ramenée à sa plus grande simplicité, c'est-à-dire une équation analogue aux précédentes, mais représentant une courbe inversement placée par rapport aux premières.

» Cette surface transformée se rapproche beaucoup d'un cône dont la pointe serait effilée, et elle a pu être matérialisée dans quelques échantillons, en introduisant, dans l'axe du bloc, un cylindre d'une seule pièce et d'un diamètre égal à celui du jet. La vérification de cette conséquence du calcul témoigne de la confiance que cette théorie doit inspirer.

» Les faits constatés dans ce travail et les principes qui en découlent doivent jeter un nouveau jour sur l'étude des actions mécaniques au moyen desquelles les corps solides sont modifiés dans leurs formes ou divisés par le travail des outils. On peut citer comme exemple la diminution de longueur, par rapport à une pièce rabotée, du copeau qui se refoule sur lui-même à mesure qu'il s'en détache sous l'action du burin.

» En terminant ma communication, je dirai quelques mots des applications que peuvent faire pressentir ces recherches, dans le domaine purement scientifique.

» Les grands phénomènes géologiques ont généralement fait admettre que la matière encore semi-fluide a été injectée, à diverses époques, sous de grands efforts. S'il a été possible, avec les faibles moyens dont la mécanique dispose, de faire couler, à la température ordinaire, les métaux les

plus durs, rien ne peut plus s'opposer à ce que l'on admette que, sous les puissantes étreintes des forces de la nature, les plus grandes masses aient été introduites, sans changement d'état, par toutes les fissures et qu'elles aient pu refouler, sous cette action, les masses environnantes. Si l'on veut jeter les yeux sur les résultats comparatifs des expériences faites sur les matières grenues, déplacées par injection et par éboulement, il sera facile de trouver les caractères qui distinguent ces deux ordres de phénomènes, et de décider par conséquent à laquelle des deux causes il faut attribuer un déplacement donné des couches, d'abord horizontales, d'un terrain bouleversé.

» La concentricité des couches injectées sous une action mécanique bien moins puissante, mais plus continue, se présente encore dans des phénomènes naturels d'un tout autre ordre.

» Il est impossible de ne pas remarquer à première vue l'étroite analogie qui existe entre l'aspect des jets rabotés et celui d'une planche récemment sciée. Dans l'un et l'autre cas, les couches concentriques sont coupées, parallèlement à l'axe, suivant des lignes presque parallèles, et, dans un sens perpendiculaire, suivant une suite de courbes presque concentriques.

» Des expériences spéciales ont fait voir que, quand la section de la matrice n'est pas circulaire, les couches se disposent encore dans le jet parallèlement entre elles, et en conservant dans toute leur longueur la forme de la section primitive dans laquelle elles se sont moulées.

» L'analogie ne se borne pas à ce premier rapprochement; dans d'autres essais où le bloc a été successivement rechargé, la surface extérieure du jet porte des bourrelets saillants assez semblables à ceux de certaines tiges cloisonnées. Ces bourrelets sont toujours accompagnés, à l'intérieur, d'un vide qui rappelle celui que présentent, dans certains cas, ces mêmes tiges.

» La circulation dans les végétaux semblerait donc être un exemple d'écoulement par couches parallèles, comme si, par impossible et du fait de la résistance des enveloppes, les phénomènes organiques obéissaient à cette loi générale de la mécanique que je cherche à caractériser dans mon Mémoire sous le nom de *loi de l'écoulement concentrique des solides et des liquides*.

» Avec un peu plus de hardiesse que je n'oserais en avoir, on pourrait peut-être se laisser aller à penser, d'une manière plus générale, que tous les tissus de l'organisme végétal et animal se développent ainsi par couches concentriques sous l'action des forces incessantes auxquelles les principes nourriciers sont soumis. Ce sont là seulement des conjectures qui se sont présentées à moi avec quelque caractère de probabilité. »

CHIRURGIE. — *Note sur un nouvel instrument,* le lithexère, *destiné à extraire de la vessie les sables et graviers provenant des pierres broyées par les instruments lithotriteurs; par* **M. Maisonneuve.**

(Commissaires, MM. Velpeau, Jobert de Lamballe, Civiale.)

« L'opération de la lithotritie comprend deux temps bien distincts :

» 1° Le broiement de la pierre, ou sa réduction en fragments assez petits pour passer par le canal de l'urètre;

» 2° L'élimination de ces fragments eux-mêmes.

» Dans les cas simples, alors que la pierre a pu subir une trituration parfaite, et que l'émission de l'urine se fait avec une entière liberté, le dernier temps peut s'effectuer à la rigueur sans intervention de l'art.

» Mais pour peu que ces conditions se modifient, que la pierre, en raison de sa dureté, se brise en fragments anguleux, ou qu'un obstacle existe à la sortie de l'urine, ce temps peut se compliquer des difficultés les plus graves, outre qu'il est l'occasion principale de ces douleurs et de ces accidents si redoutables qui se renouvellent chaque fois qu'un fragment un peu volumineux vient à s'arrêter dans le canal.

» Jusqu'à présent le génie inventif des chirurgiens n'avait imaginé pour ces circonstances que d'assez faibles palliatifs. C'étaient des sondes métalliques volumineuses par lesquelles on essayait d'expulser les débris de la pierre au moyen d'injections; ou bien encore des pinces destinées à briser quelques fragments anguleux arrêtés dans l'urètre.

» Mais ces ressources étaient bien insuffisantes; aussi, pour éviter l'encombrement dangereux du col de la vessie ou du canal, l'opérateur se trouvait-il souvent réduit à ne broyer à chaque séance qu'une petite portion du calcul et quelquefois à faire l'extraction de ces faibles débris avec l'instrument lithotriteur lui-même. De là des longueurs interminables et des manœuvres pénibles d'où pouvaient résulter les plus graves accidents.

» Frappé de ces inconvénients, j'ai cherché parmi les moyens nombreux que nous offre la mécanique quelque combinaison qui pût résoudre le problème d'une manière plus avantageuse. Après bien des tentatives, l'idée me vint d'expérimenter pour cette solution le mécanisme si simple et si puissant de la vis. J'avais remarqué qu'en faisant mouvoir dans un tube de dimension convenable une vis à pas allongés et profonds comme ceux du tire-bouchon vulgaire, les poussières ou graviers placés à la partie infé-

rieure du tube se trouvaient entraînés par le mouvement de la vis et rejetés par l'orifice.

» Partant de ce principe qu'on n'avait point encore utilisé dans l'art chirurgical, je fis construire par nos habiles fabricants, MM. Robert et Collin, un instrument creux en forme de sonde, et disposé de manière à pouvoir pénétrer dans la vessie. Sur la concavité du bec de cette sonde se trouve une large ouverture dans laquelle les graviers peuvent facilement s'introduire. Dans ce tube tourne une vis en tire-bouchon dont le mouvement continu entraîne tous les fragments ou graviers placés dans le bas-fond de la vessie, les broie comme des grains de café, et rejette leurs détritus au dehors.

» Des expériences nombreuses faites sur le cadavre, quelques applications aussi faites sur l'homme vivant, m'ont démontré que l'instrument nouveau, auquel je crois devoir donner le nom de *lithexère* (de *lithos*, pierre, *exairein*, extraire), pouvait en quelques instants et sans la moindre douleur débarrasser la vessie des sables et graviers provenant des pierres broyées par les instruments lithotriteurs ordinaires.

» Ce résultat, qui, je dois le dire, dépasse toutes les espérances que j'avais conçues, me paraît digne de fixer l'attention des chirurgiens, en ce qu'il est de nature à modifier profondément l'opération même de la lithotritie. Du moment, en effet, que l'opérateur n'a plus à craindre les horribles douleurs et les accidents si graves qui résultaient du passage des fragments dans le trajet du canal, rien ne l'oblige plus de restreindre ses manœuvres; il doit même chercher, en perfectionnant les moyens de trituration, à broyer la pierre le plus rapidement possible, certain qu'il est de pouvoir toujours extraire immédiatement toutes les poussières et tous les fragments dont l'introduction dans le canal pourrait être dangereuse.

» On ne verra plus, dès lors, ces séances multipliées qui désespèrent le malade et finissent par épuiser son courage et ses forces. Une seule séance suffira pour les calculs au-dessous de 20 grammes, deux ou trois, tout au plus, pour ceux d'un volume plus considérable. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Liouville**, qui faisait partie de la Commission chargée de l'examen des pièces admises au concours pour le grand prix de Mathématiques, question concernant la stabilité de l'équilibre des corps flottants, prie l'Aca-

démie de vouloir bien le faire remplacer dans cette Commission, aux travaux de laquelle d'autres devoirs l'empêchent de prendre part.

M. Bonnet remplacera dans cette Commission M. Liouville.

M. le Ministre de l'Intérieur transmet un Mémoire sur un système d'éclairage électrique de l'invention de *M. Delalot*, et prie l'Académie de lui faire savoir s'il y a lieu, comme le demande l'inventeur, à lui faciliter les moyens de faire des essais sur une plus grande échelle.

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Payen, Peligot et Becquerel.)

TECHNOLOGIE. — *Nouveaux procédés ayant pour but de revêtir les métaux d'une couche adhérente et brillante d'autres métaux.* Mémoire de **M. Fréd. Weil**, présenté par M. Dumas. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Ed. Becquerel.)

« Les bains que j'emploie pour déposer les métaux les uns sur les autres sont des sels ou des oxydes métalliques tenus en dissolution alcaline sodique ou potassique, soit, ce qui est le cas le plus fréquent, au moyen de matières organiques telles que : acide tartrique, glycérine, albumine, ou toute autre substance empêchant la précipitation de l'oxyde par l'alcali fixe, soit encore par l'excès de l'alcali fixe lui-même.

» J'opère les revêtements métalliques au moyen de ces bains, selon les différents cas, soit avec, soit sans le concours et le contact du zinc ou du plomb métallique, soit à la température ordinaire, soit à une température plus ou moins élevée.

» Par voie d'immersion dans des bains à composition analogue, je puis également colorer en nuances diverses et bronzer à volonté les métaux préalablement cuivrés.

» J'attribue le plus d'importance pratique à mes procédés de cuivrage et de bronzage du fer, de la fonte et de l'acier, attendu qu'au moyen des procédés connus en usage non-seulement on n'obtient point d'adhérence suffisante, mais qu'on est encore obligé d'empâter préalablement ces métaux de plusieurs couches de substances étrangères, conductrices de l'électricité, avant de les soumettre à l'action de la pile et du sulfate de cuivre.

» Le fer, la fonte et l'acier sont non-seulement cuivrés par mes moyens avec une solidité caractéristique qui permet de les distinguer des mêmes mé-

taux cuivrés et bronzés par les méthodes en usage, mais je puis en outre varier à volonté les couleurs et les tons, et produire une série de résultats que l'industrie n'a pu obtenir jusqu'ici.

» Je puis aussi, par les moyens décrits, argenter, nickeler, etc., etc., le fer, la fonte et l'acier cuivrés par mes procédés.

» Mes procédés sont susceptibles d'un grand nombre d'applications industrielles du plus grand intérêt, que j'ai étudiées particulièrement, mais dont l'énumération trop étendue serait sans objet ici.

» Les objets en fer, fonte et acier ainsi cuivrés ou bronzés peuvent résister, à l'abri de la pluie, à tous les agents atmosphériques et à des températures des plus élevées. Ils résistent également à l'eau, pourvu qu'ils y soient plongés entièrement.

» Pour que lesdits objets cuivrés par mes procédés puissent également résister à la pluie, c'est-à-dire aux alternances d'humidité et de sécheresse et à l'eau de mer, je donne une épaisseur plus forte à la couche de cuivre, soit au bain dit de *galvano*, c'est-à-dire au moyen de la pile et d'une dissolution acidulée de cuivre, soit à la pile et avec mes dissolutions spéciales. L'adhérence du cuivre sur le fer, la fonte et l'acier traités par mes moyens étant complète et parfaite, une épaisseur supplémentaire d'une fraction de millimètre donnée à la pile est largement suffisante. Les objets ainsi traités, tout en reproduisant fidèlement les détails les plus délicats d'une pièce ornementée, possèdent toute la solidité désirable.

» Mon procédé offre donc à la fois une économie très-considérable et des avantages marqués sur les procédés de cuivrage en usage.

» En terminant, je vais encore citer un fait qui, au point de vue théorique surtout, me paraît présenter de l'intérêt. J'ai trouvé que le cuivre décapé se couvre d'une couche adhérente de zinc au contact du zinc métallique lui-même, dans une dissolution assez concentrée de soude ou de potasse caustique. Ce zincage s'opère tout de suite en chauffant le bain de 60 à 100 degrés centigrades. A froid il n'a lieu qu'au bout d'un temps plus ou moins long, selon l'alcalinité du bain, et ne se fait qu'incomplétement. Le zinc métallique s'oxyde et se dissout dans la soude, phénomène accompagné d'une précipitation de zinc métallique sur le cuivre et de dégagement d'hydrogène d'une odeur fétide et piquante. »

M. **Maggiorani** adresse de Palerme une Note contenant les résultats de nouvelles recherches qu'il a faites sur le rôle de la rate dans l'économie animale, surtout par rapport à la composition du sang. Sur plusieurs lapins

provenant d'une même portée, mais dont les uns avaient subi l'ablation de la rate, tandis que les autres n'avaient été soumis à aucune opération, il a constaté que chez ces derniers le sang était moins abondant et d'une pesanteur spécifique moindre, qu'il contenait moins de fibrine, moins de globules rouges et une proportion de fer notablement inférieure. Il a constaté en outre que le sérum du sang des animaux ainsi mutilés contient plus d'albumine.

Cette Note, qu'accompagne un Mémoire plus étendu que l'auteur a publié dans un journal de Palerme (l'*Osservatore medico*), est renvoyée, avec l'imprimé, à l'examen de M. Bernard.

M. Em. **Decaisne** adresse une Note ayant pour titre : *Des effets du tabac à fumer sur les enfants.*

« Il y a trois ans, dit l'auteur, lorsque je m'occupais des recherches sur les altérations de la circulation provenant d'un usage excessif du tabac à fumer, recherches qui font l'objet du Mémoire que j'ai soumis au jugement de l'Académie le 31 mai dernier, je fus frappé du nombre considérable d'enfants d'ouvriers qui avaient l'habitude de fumer, et je me demandai si cette habitude n'entrait pas pour quelque chose dans les cas si nombreux de chloro-anémie que je constatais chez eux chaque année. Je résolus donc de porter mes investigations sur ce point sans me dissimuler les erreurs et les illusions auxquelles j'étais exposé.

» Je savais en effet, avec Marshall-Hall et tous les hygiénistes, que les enfants qui travaillent dans les manufactures sont souvent anémiques, et que d'ailleurs les autres conditions mauvaises d'hygiène dans lesquelles ils se trouvent placés si souvent sont des causes puissantes d'altération du sang chez les jeunes sujets; aussi, à l'exception de deux, les observations qui font la base de ce Mémoire ont été prises en dehors des manufactures et dans la classe aisée de la société, à Paris et à la campagne. »

Ce travail, qui se rattache à celui que l'auteur avait précédemment adressé, est renvoyé à l'examen des mêmes Commissaires : MM. Andral, Rayer, Bernard.

M. **Tremblay** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Navigation aérienne, nouveau moyen d'atterrissement des ballons dits *montgolfières*. Projectiles voyageurs ».

« Ce Mémoire, dit l'auteur dans la Lettre d'envoi, présente :

» 1° La solution du problème de l'atterrissement d'une montgolfière sur un point et à un moment donné;

» 2° La solution du problème de la navigation aérienne (le moyen de direction) en se servant de ces puissants projectiles automoteurs appelés *fusées de guerre*, que j'ai employés dès l'année 1852, isolément ou réunis en faisceaux, ce qui permet de disposer d'un appareil auquel on peut donner telle puissance que l'on voudra. Ces fusées forment le noyau d'un système à hélice et à plan incliné auquel j'ai donné le nom d'*hélice voyageuse à fusée*.... »

(Renvoi à l'examen des Commissaires désignés pour de précédentes communications du même auteur : MM. de Tessan et Pâris.)

M. **Laurent** adresse de Clermont (Puy-de-Dôme) une nouvelle théorie des parallèles.

(Renvoyé à l'examen de M. Serret.)

M. **Huot** soumet au jugement de l'Académie une « Note sur la proportion des angles ».

(Renvoi à l'examen de M. Bertrand.)

M. **Freytag** adresse de Glaris une Note faisant suite à ses précédentes communications sur le calcul des sinus.

(Renvoi à l'examen de M. Hermite, déjà désigné.)

M. **Kerpely** adresse d'Oravitza (Hongrie) une Note écrite en allemand sur un *procédé métallurgique* de son invention, procédé annoncé comme donnant de la fonte qui, au sortir du haut fourneau, est complétement exempte de soufre, même dans le cas où l'on aurait employé pour combustible de la houille très-mêlée de pyrites sulfureuses.

M. Kerpely serait disposé à communiquer son procédé moyennant une rémunération convenable, se réservant seulement de l'employer dans ses propres usines.

Sa Note, à laquelle sont joints deux numéros du *Journal des Mineurs et Maîtres de forges*, où il est question de ce procédé, est renvoyée à l'examen de MM. Daubrée et H. Sainte-Claire Deville, qui jugeront si, dans la ré-

ponse qui sera faite à M. Kerpely, et où on lui fera savoir que l'Académie ne peut intervenir près du Gouvernement, comme il semble le désirer, il y aura lieu de lui indiquer la marche à suivre qui est d'adresser directement sa demande à l'Administration.

Un auteur, qui a cru devoir placer son nom sous pli cacheté, adresse un Mémoire sur un *propulseur à vapeur* pour les navires, appareil au moyen duquel on peut, suivant l'inventeur, obtenir une puissance double d'impulsion avec une économie de moitié sur le combustible.

(Renvoi à l'examen de MM. Piobert et Combes.)

M. **Dupuis** envoie une nouvelle Note concernant ses expériences sur le siphon.

(Renvoi aux Commissaires précédemment nommés : MM. Combes, Ed. Becquerel.)

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics adresse pour la bibliothèque de l'Institut le n° 6 des Brevets d'invention pris en 1864.

ASTRONOMIE. — *OEuvres astronomiques d'Alphonse X de Castille, publiées par* D. M. **Rico y Sinobas**. Tome III, présenté par M. Le Verrier.

« J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie, dit l'auteur, le troisième volume de l'importante publication des ouvrages astronomiques Alphonsins, faite par l'ordre royal du gouvernement d'Espagne.

» Le troisième volume, considéré au point de vue historique et comparé avec les deux premiers, déjà connus de l'Académie, paraîtra peut-être plus important, puisque les livres qui le composent, nommés le *Traité de l'Astrolabe universel laminaire de Tolède,* le *Traité de l'Azafeha de Séville,* le *Livre des VII Planétaires,* le *Traité d'un Planétaire universel*, et le *Traité du quart de cercle astronomique*, sont tous, au fond, des ouvrages arabes, mais écrits au XIe siècle, c'est-à-dire deux cents ans avant l'époque du roi Alphonse, qui, sous son règne, rechercha avec le plus grand empressement lesdits ouvrages de l'Astronomie pratique des âges les plus reculés, et

ordonna de lui faire une traduction officielle de tous ces ouvrages pour son *Grand livre sur la connaissance du Ciel*.

» A l'aide de ce troisième volume Alphonsin, la science a pu reculer de deux siècles ses travaux pour connaître quelques caractères et l'état particulier de l'Astronomie pratique des Arabes, à l'occident de la Méditerranée, surtout à l'époque de la plus grande gloire de ce peuple oriental, qui occupa pendant quelques siècles le sol de l'Espagne, et laissa dans sa retraite devant les armées chrétiennes différents ouvrages entre lesquels le roi Alphonse a trouvé les Traités nommés ci-dessus.

» Les livres sur les astrolabes universels furent écrits par un savant Arabe de Tolède, bien connu dans les annales de la science sous le nom d'Azarquiel, astronome du XIe siècle, remarquable par la simplicité de ses écrits, par ses connaissances pratiques, et surtout parce qu'il n'a pas tourmenté son intelligence clairvoyante par des idées théoriques qui, dans un âge si reculé, ne permettaient pas, selon lui, d'espérer des progrès pour la science. Mais les livres des astrolabes des Arabes du XIe siècle avaient perdu quelques pages; le roi Alphonse y avait trouvé des lacunes, des obscurités très difficiles à pénétrer; c'est là la raison première pour laquelle ce roi ordonna de traduire, coordonner et compléter les ouvrages d'Azarquiel, en ajoutant au *Traité de l'Astrolabe de Tolède*, écrit en 1070, un premier livre sur la construction de cet appareil, et au *Traité de l'Azafeha de Séville* un autre livre également sur les règles de sa construction.

» L'idée fondamentale d'Azarquiel pour construire ses astrolabes au XIe siècle fut très-simple, et nous l'avons trouvée réduite à sa projection sur un plan de l'astrolabe sphérique d'Hipparque, en y ajoutant des alidades, des pinnules, des quarts de cercle et des lignes trigonométriques (les sinus et les cosinus), en supposant le rayon divisé en 60 parties au lieu de 60 000, division adoptée par Regio Montano. On y trouve aussi un grand nombre de règles et problèmes de l'Astronomie pratique résolus à l'aide des deux azafehas d'Azarquiel.

» Si ces livres, traduits par les astronomes du roi Alphonse, sont importants, les suivants sur les planétaires, écrits dans les années 1027 et 1080 par Abouleacin Abnaçam et par Azarquiel, ne méritent pas moins de fixer l'attention des savants. L'Académie connaît bien les ouvrages écrits aux XVe et XVIe siècles sur l'Astronomie planétaire, depuis le temps de Regio Montano et Copernic jusqu'à Tycho-Brahé, Képler et Galilée, qui ont presque accompli la première grande et profonde révolution de l'Astronomie pour arriver à la vérité de la science actuelle. Ajoutons quelques mots

encore avant de parler d'une manière rapide des livres d'Aboulcacin et d'Azarquiel sur l'Astronomie planétaire. L'histoire de cette science a démontré que Regio Montano fut un habile praticien, et qu'il a formé de grandes éphémérides algorithmiques sur le mouvement et la place des planètes; en outre, après des observations plus délicates et plus exactes, il était arrivé, par la profondeur de son intelligence, à notre système solaire; que Tycho-Brahé revint aux observations directes et aux éphémérides avec lesquelles Képler trouva les courbes elliptiques des orbites des planètes à une époque où furent bien connues les sections coniques, et où les savants avaient commencé à faire usage avec grand succès des analogies pour faire avancer les sciences.

» Mais les livres arabes du XIe siècle sur l'Astronomie planétaire et ses instruments présentent certaines données très-importantes par leur ressemblance avec l'époque de Képler. Selon Aboulcacin et Azarquiel, ces instruments avaient été créés pour remplacer certaines éphémérides algorithmiques planétaires que les astronomes arabes possédaient avant le XIe siècle. En réalité, ces instruments sont des astrolabes particuliers ou plaques métalliques circulaires avec des alidades, et sur la surface desquels on avait gravé les lignes courbes de la course de chacune des planètes, comme expression ou représentation graphique des éphémérides anciennes. C'est là le premier point de ressemblance qui a existé entre les moyens employés par Aboulcacin et Azarquiel, et les ouvrages du XVIe siècle écrits par des savants qui ont travaillé sur la figure réelle des orbites planétaires. La seconde analogie entre les instruments arabes et les ouvrages les plus importants du siècle qui a commencé à Copernic et fini à Képler, nous l'avons trouvée dans le but de leurs recherches; il fut le même, c'est-à-dire l'étude de la vraie figure des orbites planétaires. Mais la troisième analogie entre l'important planétaire universel d'Azarquiel et les travaux de Képler est encore plus surprenante au premier abord; cependant, après une légère réflexion, nous l'avons trouvée très-naturelle. Les recherches faites par ces deux astronomes sur la figure des orbites planétaires furent les mêmes, ainsi que les moyens par eux employés, les éphémérides séculaires. Les résultats qu'Azarquiel trouva pour l'orbite de Mercure, et Képler pour celle de Mars furent pour le premier une orbite ovale, pour le second l'ellipse. Ce résultat fut acquis après trente années de doutes et de travaux sérieux. Képler suivit ensuite ses lois immortelles comme expression de la vérité dans la nature et dans l'univers; mais Azarquiel, dans son livre écrit plusieurs siècles auparavant, dit d'une manière fort simple que cette ligne courbe, très-difficile à

trouver à cause de la multitude des lignes qui la composent, est la plus exacte pour observer Mercure dans ses mouvements irréguliers à travers les espaces célestes. Cette opinion, bien que très-clairement formulée et graphiquement exprimée, est restée stérile pour la science depuis le XIe siècle jusqu'au commencement du XVIIe, époque à laquelle Képler a publié ses *Lois* et ses *Tables Rodolphines*.

» Le quatrième Traité de ce volume Alphonsin est un livre sur la construction et l'usage d'un quart de cercle astronomique, avec des données bien curieuses sur lesdits appareils tels qu'ils furent connus au moyen âge.

» En définitive, pour juger complétement tous les ouvrages astronomiques du roi Alphonse, il est convenable d'attendre le quatrième volume de cette publication, volume très-important, et dans lequel sont compris les cinq Traités des horloges tant solaires qu'hydrauliques et dynamiques, avec lesquels ce roi a fini son grand ouvrage appelé le Livre *del saber de la Astronomia,* pratique des XIe et XIIIe siècles. »

THERMODYNAMIQUE. — *Réponse à deux Notes de* M. William Thomson, *insérées dans les* Comptes rendus *des séances des* 17 *et* 24 *octobre* 1864. Extrait d'une Note de **M. Dupré**, présentée par M. Bertrand.

« Le *Compte rendu* de la séance du 12 septembre dernier contient sur les lois de compressibilité et de dilatation une Note de moi qui a été de la part de M. Thomson l'objet de deux communications à l'Académie. Ce savant a présenté, le 17 octobre, une démonstration plus simple de la formule (9) basée sur la considération de l'énergie intrinsèque de deux fluides; je n'ai pas à le suivre sur ce terrain, car je voulais seulement défendre mes formules ainsi que leurs conséquences, et bien établir qu'elles ne sont en opposition avec aucune équation rigoureuse, ce qui m'imposait la marche que j'ai suivie.

» Dans sa Note du 24 octobre, M. Thomson suppose que l'équation (2) que j'examine dans ce but n'existe que dans mon imagination, et me reproche de n'avoir pas nommé son auteur; il affirme qu'elle n'est ni de lui, ni de M. Clausius, ni de M. Rankine. Le 12 septembre, je n'avais aucune donnée sur son origine, et, d'après son mode de publication, je la croyais admise à l'étranger et démontrée pour la première fois dans notre langue; je ne pouvais en parler que comme je l'ai fait. Depuis que M. Combes s'est fait connaître, il demeure prouvé une fois de plus que les savants les plus éminents peuvent par inadvertance laisser échapper quelques erreurs; l'his-

toire des mathématiques en fournit beaucoup d'exemples, et M. Thomson lui-même abandonne aujourd'hui une théorie de la conservation de la chaleur du soleil, qu'il a publiée précédemment.

» Je sais maintenant que la formule (11), dont j'ai tiré un nouveau théorème sur les capacités (*Compte rendu* de la séance du 3 octobre), a été donnée par d'autres avant moi; elle se trouve dans les ouvrages de MM. Clausius et Zeuner. Elle est aussi une conséquence de mes formules du premier ordre, dont on la déduit avec facilité en exprimant d'abord, par l'équation

$$\mathrm{E}.\gamma dt = \mathrm{E}.\mathrm{C}dt + \frac{d\varphi(vt)}{dt}dt,$$

où C désigne la capacité vraie et $\varphi(v, t) - \varphi(v_1 t_1)$ le travail interne dans le passage de l'état $(v_1 t_1)$ à l'état (vt), que la chaleur employée pour élever la température à pression constante se compose de la quantité nécessaire pour élever véritablement la température augmentée de la chaleur transformée en travail interne. Cette relation équivaut au théorème suivant :

» *La dérivée du travail mécanique interne par rapport à la température égale le produit de l'équivalent par l'excès de la capacité à pression constante sur la capacité vraie.*

» Dans un autre passage, M. Thomson, appliquant à sa formule relative *aux changements de température produits par des changements de pression* un mot qui s'applique évidemment *aux lois de compressibilité et de dilatation*, est conduit par ce quiproquo à m'adresser une seconde mercuriale que je ne mérite pas plus que la première; des raisons de convenance, qu'il apprécierait sans doute si elles lui étaient connues, m'empêchent d'entrer à ce sujet dans les détails, il me suffit d'affirmer que je possède une lettre de l'année 1861, qui prouve que l'auteur dont il s'agit a *véritablement renoncé à sa formule....* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques formules pour la multiplication des fonctions elliptiques.* Note de **M. Brioschi**, présentée par M. Hermite.

« 1. On sait que, en indiquant par $\varphi^2(z)$ un polynôme du troisième degré en z, et en supposant

$$(2n+1)\varphi(\lambda)dz + \varphi(z)d\lambda = 0,$$

on a, entre z et λ, une relation rationnelle du degré $(2n+1)^2$ en z et linéaire

par rapport à λ. J'ai trouvé que, en posant

$$a_r = \frac{1}{1.2\ldots(r+1)}\,\frac{d^{r+1}\varphi(z)}{dz^{r+1}}$$

et

$$\mathrm{H}_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_n \\ a_2 & a_3 & \ldots & a_{n+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_n & a_{n+1} & \ldots & a_{2n-1} \end{vmatrix}, \qquad \mathrm{K}_n = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & \ldots & a_{n+1} \\ a_3 & a_4 & \ldots & a_{n+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n+1} & a_{n+2} & \ldots & a_{2n} \end{vmatrix},$$

on déduit du théorème d'Abel qu'on peut donner à cette équation la forme suivante

$$(z-\lambda)\,\mathrm{H}_n^2 + 2\varphi(z)\,\mathrm{K}_n\,\mathrm{K}_{n-1} = 0.$$

» Pour la multiplication d'ordre pair, c'est-à-dire pour l'équation différentielle

$$2n\varphi(\lambda)\,dz + \varphi(z)\,d\lambda = 0,$$

l'équation correspondante est du degré $(2n)^2$ en z et de la forme

$$(z-\lambda)\,\mathrm{K}_{n-1}^2 + 2\varphi(z)\,\mathrm{H}_n\,\mathrm{H}_{n-1} = 0.$$

» Le calcul des quantités a_r conduit, lorsqu'on suppose

$$\varphi(z) = \sqrt{2t + 3sz - z^3},$$

s, t étant des constantes, à un résultat remarquable, parce que ces quantités peuvent, dans ce cas, s'exprimer comme fonctions rationnelles de $\varphi(z)$ et des trois quantités

$$\alpha = z^4 - 6sz^2 - 8tz - 2s^2, \quad \beta = z^3 - 3sz - 2t, \quad \gamma = z^2 - s,$$

liées par la relation

$$\alpha - 4\beta z + 3\gamma^2 = 0.$$

» En effet, on trouve facilement que

$$a_0 = -\frac{3}{2}\,\frac{\gamma}{\varphi(z)}, \quad a_1 = -\frac{3}{8}\,\frac{\alpha}{\beta\varphi(z)}, \quad a_2 = \frac{1}{16}\,\frac{\varepsilon}{\beta^2\varphi(z)},$$

$$a_3 = \frac{3}{128}\,\frac{3\alpha^2 - 4\gamma\varepsilon}{\beta^3\varphi(z)}, \quad a_4 = -\frac{15}{256}\,\frac{2\alpha\varepsilon + 9\alpha^2\gamma - 12\gamma^2\varepsilon}{\beta^4\varphi(z)}, \ldots,$$

où l'on a posé

$$\varepsilon = 9\alpha\gamma - 8\beta^2.$$

» Ainsi on aura pour la duplication

$$z - \lambda + 2\varphi a_1 = 0,$$

et en conséquence

$$\lambda = \frac{4z\beta - 3\alpha}{4\beta};$$

pour la triplication,

$$(z-\lambda)a_1^2 + 2\varphi a_2 = 0$$

et

(1) $$\lambda = \frac{9z\alpha^2 - 8\beta\varepsilon}{9\alpha^2}.$$

» Pour la quadruplication et la quintuplication on trouve

$$(z-\lambda)a_2^2 + 2\varphi a_1(a_1a_3 - a_2^2) = 0, \quad (z-\lambda)(a_1a_3 - a_2^2)^2 + 2\varphi a_2(a_2a_4 - a_3^2) = 0,$$

desquelles on déduit

(2) $$\lambda = \frac{16z\beta\varepsilon^2 - 3\alpha(32\beta^2\varepsilon - 27\alpha^3)}{16\beta\varepsilon^2},$$

$$\lambda = \frac{(32\beta^2\varepsilon - 27\alpha^3)^2 z - 24\alpha\beta\varepsilon(36\alpha\gamma\varepsilon - 8\varepsilon^2 - 27\alpha^3)}{(32\beta^2\varepsilon - 27\alpha^3)^2}.$$

» 2. On peut donner à ces équations une autre forme assez remarquable mais irrationnelle, en posant

$$\Psi(z) = \frac{\varphi(z) - \varphi(\lambda)}{z - \lambda}, \quad A_r = \frac{1}{1.2\ldots(r+1)} \cdot \frac{d^{r+1}\Psi(x)}{dz^{r+1}}.$$

» Pour la multiplication d'ordre $2n+1$, on obtient l'équation

$$\begin{vmatrix} A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ A_2 & A_3 & \ldots & A_{n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_n & A_{n+1} & \ldots & A_{2n-1} \end{vmatrix} = 0,$$

et pour la multiplication d'ordre pair on a

$$\begin{vmatrix} A_0 & A_1 & \ldots & A_{n-1} \\ A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{n-1} & A_n & \ldots & A_{2n-2} \end{vmatrix} = 0.$$

» Ces équations sont intéressantes parce qu'on peut tirer d'elles les valeurs de $\Psi(z)$. En effet, en observant que

$$A_r(z-\lambda)+A_{r-1}=a_r,$$

on déduit, pour la multiplication d'ordre impair,

$$\Psi(z)=-\frac{p_0(z-\lambda)^n-p_1(z-\lambda)^{n-1}+\ldots+(-1)^{n-1}p_{n-1}(z-\lambda)+(-1)^n p_n}{\alpha_1(z-\lambda)^{n-1}-\alpha_2(z-\lambda)^{n-2}+\ldots+(-1)^{n-2}\alpha_{n-1}(z-\lambda)+(-1)^{n-1}\alpha_n}.$$

où, en indiquant par Δ le déterminant H_n, on a

$$\alpha_1=\frac{d\Delta}{da_1},\quad \alpha_2=\frac{d\Delta}{da_2},\ldots,\quad \alpha_n=\frac{d\Delta}{da_n}.$$

$a_1, a_2,\ldots, a_n$ étant des éléments de la première ligne du déterminant Δ; et les quantités p_0, $p_1,\ldots,$ sont données par les relations

$$p_0=\Delta,\quad p_r=a_0\alpha_r+a_1\alpha_{r+1}+a_2\alpha_{r+2}+\ldots+a_{n-r}\alpha_n.$$

» Semblablement, pour la multiplication d'ordre pair, en posant

$$\nabla=\begin{vmatrix} a_0 & a_1\ldots & a_{n-1}\\ a_1 & a_2\ldots & a_n\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ a_{n-1} & a_n\ldots & a_{2n-2}\end{vmatrix}.$$

et en faisant

$$\alpha_0=\frac{d\nabla}{da_0},\quad \alpha_1=\frac{d\nabla}{da_1},\ldots,\quad \alpha_{n-1}=\frac{d\nabla}{da_{n-1}}.$$

où les $a_0, a_1,\ldots, a_{n-1}$ sont les éléments de la première ligne du déterminant ∇, on trouve

$$\Psi(z)=\frac{q_1(z-\lambda)^{n-1}-q_2(z-\lambda)^{n-2}+\ldots+(-1)^{n-2}q_{n-1}(z-\lambda)+(-1)^{n-1}q_n}{\alpha_0(z-\lambda)^{n-1}-\alpha_1(z-\lambda)^{n-2}+\ldots+(-1)^{n-2}\alpha_{n-2}(z-\lambda)+(-1)^{n-1}\alpha_{n-1}},$$

en prenant

$$q_r=a_0\alpha_{r-1}+a_1\alpha_r+a_2\alpha_{r+1}+\ldots+a_{n-r}\alpha_{n-1}.$$

» Ces formules donnent pour la duplication

$$\Psi(z)=\frac{q_1}{\alpha_0}=a_0,$$

et en conséquence

$$\varphi(z)\Psi(z)=-\frac{3}{2}\gamma;$$

pour la triplication,

$$\Psi(z) = a_0 - a_1(z - \lambda)$$

et

$$\varphi(z)\Psi(z) = \frac{3}{8\beta}[\alpha(z - \lambda) - 4\beta\gamma],$$

ou, à cause de l'équation (1),

$$\varphi(z)\Psi(z) = \frac{3}{18\alpha}(9\alpha\gamma - 16\beta^2).$$

» Pour la quadruplication on obtient

$$\Psi(z) = \frac{(a_0 a_2 - a_1^2)(z - \lambda) + a_0 a_1}{a_2(z - \lambda) + a_1},$$

ou, pour l'équation (2),

$$\varphi(z)\Psi(z) = \frac{1}{12\alpha\varepsilon}(18\alpha\gamma\varepsilon - 4\varepsilon^2 - 27\alpha^3).$$

» 3. Si les constantes s, t sont les invariants d'une forme cubique ternaire $u(x_1, x_2, x_3)$, et si l'on indique par h, k, θ ses covariants du troisième, sixième, neuvième degré, et par conséquent

$$\theta = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ h_1 & h_2 & h_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{vmatrix}$$

en faisant

$$u_r = \frac{1}{3}\frac{du}{dx_r}, \quad h_r = \frac{1}{3}\frac{dh}{dx_r}, \quad k_r = \frac{1}{3}\frac{dk}{dx_r},$$

on peut déterminer les valeurs des rapports de trois quantités $y_1 : y_2 : y_3$ qui annulent la fonction $u(y_1, y_2, y_3)$, en supposant $u(x_1, x_2, x_3) = 0$. Ces valeurs, comme je les ai données dans une Note publiée dans les *Comptes rendus* de la séance du 6 avril 1863, peuvent se réduire aux expressions suivantes :

$$(3) \qquad my_s = U_s - H_s z - \frac{1}{3}hK_s[\gamma + \varphi(x)\Psi(z)],$$

z étant une indéterminée, et

$$U_s = \frac{d\theta}{du_s}, \quad H_s = \frac{d\theta}{dh_s}, \quad K_s = \frac{d\theta}{dk_s}, \quad \lambda = -\frac{6k}{h^2};$$

ou bien, en observant qu'on a identiquement

$$\gamma + \varphi(z)\Psi(z) = -[\varphi(\lambda)\Psi(z) + \lambda z + \lambda^2 - 2s],$$

on aura

$$my_s = p_s + q_s z + r_s \Psi(z),$$

ayant posé

$$p_s = \mathrm{U}_s + \frac{1}{3}h\mathrm{K}_s(\lambda^2 - 2s), \quad q_s = -\mathrm{H}_s + \frac{1}{3}h\lambda\mathrm{K}_s, \quad r_s = \frac{1}{3}h\mathrm{K}_s\varphi(\lambda).$$

» Or, en indiquant par δy_s, $\delta^2 y_s$, .., les dérivées de y_s par rapport à z, on obtient, au moyen des formules ci-dessus,

$$m\delta y_s = -\mathrm{H}_s + \frac{1}{3}h\mathrm{K}_s(\lambda + \varphi(\lambda)\mathrm{A}_0),$$

$$\frac{1}{2}m\delta^2 y_s = \frac{1}{3}h\mathrm{K}_s\varphi(\lambda)\mathrm{A}_1 \ldots \frac{m}{1.2.3\ldots(r+1)}\delta^{r+1}y_s = \frac{1}{3}h\mathrm{K}_s\varphi(\lambda)\mathrm{A}_r :$$

par conséquent, en posant

$$\mathrm{P}_r = \frac{1}{1.2\ldots r}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ \delta^r y_1 & \delta^r y_2 & \delta^r y_3 \end{vmatrix},$$

$$\mathrm{Q}_r = \frac{1}{1.2.3\ldots(r+1)}\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ \delta y_1 & \delta y_2 & \delta y_3 \\ \delta^{r+1} y_1 & \delta^{r+1} y_2 & \delta^{r+1} y_3 \end{vmatrix},$$

on trouve

$$\mathrm{P}_r = -\frac{h^2\theta}{3m^2}\varphi(\lambda)\mathrm{A}_{r-1}, \quad \mathrm{Q}_r = -\frac{h\theta^2}{3m^3}\varphi(\lambda)\mathrm{A}_r ;$$

d'où l'on déduit que les équations pour la multiplication des fonctions elliptiques peuvent s'exprimer comme il suit :

$$\text{multiplication d'ordre impair} \quad \begin{vmatrix} \mathrm{Q}_1 & \mathrm{Q}_2 & \ldots & \mathrm{Q}_n \\ \mathrm{Q}_2 & \mathrm{Q}_3 & \ldots & \mathrm{Q}_{n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{Q}_n & \mathrm{Q}_{n+1} & \ldots & \mathrm{Q}_{2n-1} \end{vmatrix} = 0,$$

$$\text{multiplication d'ordre pair} \quad \begin{vmatrix} \mathrm{P}_1 & \mathrm{P}_2 & \ldots & \mathrm{P}_n \\ \mathrm{P}_2 & \mathrm{P}_3 & \ldots & \mathrm{P}_{n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathrm{P}_n & \mathrm{P}_{n+1} & \ldots & \mathrm{P}_{2n-1} \end{vmatrix} = 0.$$

» Pour la duplication on a donc le déterminant $P_1 = 0$, et la valeur correspondante de y_2 sera, à cause de l'équation (3),

$$(4)\qquad my_s = U_s - H_s z + \frac{1}{6} h K_s \gamma.$$

» Si $x_1, x_2, x_3; y_1, y_2, y_3$ sont les coordonnées de deux points situés sur la ligne du troisième ordre $u = 0$, et l'on suppose que le second de ces points soit un des points de contact des tangentes conduites à la courbe du point $x_1 : x_2 : x_3$, il est évident qu'on a $P_1 = 0$; c'est-à-dire que la recherche de ces tangentes revient à celle de la duplication des fonctions elliptiques, comme M. Clebsch a démontré; de plus, les équations (4) donnent les valeurs des coordonnées des quatre points de contact, en substituant au lieu de z les quatre racines de l'équation du quatrième degré obtenue pour la duplication.

» La triplication correspond à $Q_1 = 0$, ou à la recherche des points d'inflexion; les coordonnées de ces neuf points sont données par les expressions

$$my_s = U_s - H_s z - \frac{1}{16} h K_s \frac{15\alpha\gamma - 16\beta^2}{\alpha},$$

en posant pour z les neuf racines de l'équation (1).

» On obtient aussi facilement que la conique

$$x_1 \frac{du}{dy_1} + x_2 \frac{du}{dy_2} + x_3 \frac{du}{dy_3} = 0$$

passe par les quatre points de contact donnés par les équations (4) et touche la courbe au point $x_1 : x_2 : x_3$, comme il est connu; et que les neuf points d'inflexion sont situés sur la courbe

$$h(y_1, y_2, y_3) = 0.$$

» Les résultats obtenus ci-dessus ont un grand intérêt dans les recherches sur les formes cubiques ternaires, surtout dans l'étude géométrique de ces formes. Enfin, en se rappelant les deux transformations dues à M. Aronhold et à moi, par lesquelles on réduit aux fonctions elliptiques l'expression $\int f(x, y)$, la fonction f étant rationnelle et les variables x, y liées par une équation du troisième degré, on démontre facilement que la multiplication des transcendantes de cette forme se déduit des formules précédentes. »

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur le nombre des coniques qui satisfont à des conditions doubles.* Note de **M. L. Cremona**, communiquée par M. Chasles.

« Votre idée heureuse de définir une série de coniques assujetties à quatre conditions communes par deux caractéristiques indépendantes, peut s'étendre tout naturellement à la définition d'un système de coniques assujetties à trois seules conditions communes, par trois nombres λ, μ, ν dont la signification est la suivante :

$$N(2p., 3Z) = \lambda, \quad N(1p., 1d., 3Z) = \mu, \quad N(2d., 3Z) = \nu.$$

où $3Z$, (Z_1, Z_2, Z_3), est le symbole des trois conditions aux modules (α_1, β_1), (α_2, β_2), (α_3, β_3).

» Cette extension est, du reste, explicite déjà dans votre dernière communication (*Comptes rendus*, 22 août); seulement, au lieu des deux équations

$$(1p., 3Z) \equiv (\lambda, \mu), \quad (1d., 3Z) \equiv (\mu, \nu),$$

j'en écrirai une seule,

$$(2Z) \equiv (\lambda, \mu, \nu).$$

» Je me propose de déterminer la fonction de λ, μ, ν qui représente le nombre des coniques du système (λ, μ, ν) ayant un contact double, ou un contact du deuxième ordre avec une courbe donnée quelconque.

» Les formules que vous avez données (*Comptes rendus*, 1er août) donnent immédiatement les valeurs de λ, μ, ν en fonction des coefficients (α, β) des modules des conditions $3Z$, c'est-à-dire

$$\begin{aligned}
\lambda &= A + 2B + 4C + 4D,\\
\mu &= 2A + 4B + 4C + 2D,\\
\nu &= 4A + 4B + 2C + D,
\end{aligned}$$

où j'ai posé

$$A = \alpha_1\alpha_2\alpha_3, \quad B = \Sigma\alpha_1\alpha_2\beta_3, \quad C = \Sigma\alpha_1\beta_2\beta_3, \quad D = \beta_1, \beta_2, \beta_3.$$

» Soit W le symbole d'une condition double; soit, de plus,

$$(2p., W) \equiv (x, y), \quad (1p., 1d., W) \equiv (y, z), \quad (2d., W) \equiv (z, u) :$$

en introduisant dans ces séries, par votre méthode si simple et lumineuse,

les conditions Z_1, Z_2, Z_3, on trouve

$$N(3Z, W) = xA + yB + zC + uD.$$

Posons maintenant

$$xA + yB + zC + uD = a\lambda + b\mu + c\nu,$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} a + 2b + 4c &= x, \\ 2a + 4b + 4c &= y, \\ 4a + 4b + 2c &= z, \\ 4a + 2b + c &= u; \end{aligned}$$

on aura entre x, y, z, u la relation

(1) $$2x - 3y + 3z - 2u = 0,$$

et pour a, b, c les valeurs

(2) $$4a = 2u - z, \quad 4c = 2x - y,$$

$$\begin{aligned} 8b &= 2(2y - z) - 3(2x - y) = 2(2z - y) - 3(2u - z) \\ &= \frac{5}{2}(y + z) - 3(x + u). \end{aligned}$$

» Dans chaque question il ne sera pas difficile de déterminer les nombres x, y, z, u, d'où l'on tirera a, b, c, et, par suite,

$$N(3Z, W) = a\lambda + b\mu + c\nu.$$

» *Premier exemple.* — Que la condition double soit un contact double avec une courbe donnée W d'ordre m, avec d points doubles et r rebroussements. En vertu d'une transformation très-connue, le nombre x des coniques passant par trois points fixes et ayant un contact double avec W est égal au nombre des tangentes doubles d'une courbe d'ordre $2m$, avec $d + \frac{3m(m-1)}{2}$ points doubles et r rebroussements. En désignant par n la classe de W, la classe de la nouvelle courbe sera $2m + n$, et, par suite,

$$2x = 2d + 3m(m-1) + n(4m + n - 9).$$

» Il est très-facile de trouver le nombre des coniques infiniment aplaties, dans la série (2 p., W); on a évidemment

$$2x - y = 2m(m-1),$$

d'où l'on tire

$$y = 2d + m(m-1) + n(4m+n-9).$$

» Les nombres z, u sont corrélatifs de y, x; donc

$$z = 2t + n(n-1) + m(4n+m-9),$$
$$2u = 2t + 3n(n-1) + m(4n+m-9),$$

en désignant par t le nombre des tangentes doubles de W.

» La relation (1) est satisfaite, et les (2) donnent

$$4a = 2n(n-1), \quad 4c = 2m(m-1),$$
$$8b = 8mn - (m^2+n^2) - 7(m+n) + 2(d+t)$$
$$= 8mn - 9(m+n) - 3(r+i),$$

en désignant par i le nombre des inflexions de W. Donc, enfin, le nombre des coniques du système (λ, μ, ν) qui ont un contact double avec la courbe W est

$$\frac{1}{2}n(n-1)\lambda + \frac{1}{8}[8mn - 9(m+n) - 3(r+i)]\mu + \frac{1}{2}m(m-1)\nu.$$

» Il va sans dire qu'on peut réduire les quatre nombres m, n, r, i à trois seulement, qu'on peut choisir arbitrairement parmi les six suivants m, n, d, t, r, i.

» *Deuxième exemple.* — Que la condition double soit un contact du second ordre avec la courbe W. Le nombre x sera, dans ce cas, égal au nombre des tangentes stationnaires de la courbe d'ordre $2m$ et classe $2m+n$, avec r rebroussements; donc

$$x = 3n + r.$$

Il n'y a pas de coniques infiniment aplaties dans la série (2p., W); donc

$$2x - y = 0,$$

et, par suite,

$$y = 2(3n+r).$$

Corrélativement,

$$z = 2(3m+i), \quad u = 3m + i.$$

La relation (1) est satisfaite, car on a identiquement

$$3n + r = 3m + i;$$

et les valeurs de a, b, c seront

$$a = 0, \quad b = \frac{1}{2}(3m + i), \quad c = 0,$$

et, par conséquent, le nombre des coniques du système (λ, μ, ν) qui ont un contact du second ordre avec la courbe W est

$$\frac{1}{2}(3m + i)\mu \quad \text{ou bien} \quad \frac{1}{2}(3n + r)\mu.$$

» *Troisième exemple.* — A la condition double substituons deux contacts simples avec deux courbes distinctes V, V′ d'ordre m, m' et classes n, n'. Le nombre x sera, dans ce cas, égal au nombre des tangentes communes à deux courbes de classes $2m + n$, $2m' + n'$; donc

$$x = 4mm' + 2(m'n + mn') + nn'.$$

Le nombre des coniques infiniment aplaties dans la série (2p., V, V′) est évidemment

$$2x - y = 4mm',$$

d'où

$$y = 4mm' + 4(mn' + m'n) + 2nn';$$

et, corrélativement,

$$z = 4nn' + 4(mn' + m'n) + 2mm',$$
$$u = 4nn' + 2(mn' + m'n) + nn'.$$

Ces valeurs, qui satisfont à la relation (1), donnent

$$a = nn', \quad b = mn' + m'n, \quad c = mm'.$$

Ainsi le nombre des coniques du système (λ, μ, ν) qui sont tangentes aux deux courbes V, V′ est

$$nn'\lambda + (mn' + m'n)\mu + mm'\nu,$$

ce qui s'accorde avec la formule que vous, Monsieur, avez déjà donnée (*Comptes rendus*, 1er août) pour le nombre des coniques qui satisfont à cinq conditions simples.

» D'après ce qui précède, on peut calculer les caractéristiques λ, μ, ν d'un système (Z, W) de coniques assujetties à une condition simple et à une condition double. On introduira ensuite, par la même méthode, une nouvelle condition double W′, et on obtiendra de cette manière les caractéristiques de la série (W, W′) et le nombre N (Z, W, W′) des coniques qui satisfont à deux conditions doubles et à une condition simple. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les alcools thalliques.* Mémoire de **M. Lamy**, présenté par M. Dumas. (Extrait par l'auteur.)

« Dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, en décembre 1862, et dont elle a bien voulu ordonner l'insertion dans le *Recueil des Savants étrangers*, j'ai signalé, parmi les divers composés du thallium, l'existence d'un liquide des plus curieux sous le rapport des propriétés physiques (1). Ce liquide, que j'ai nommé *alcool thallique,* à cause de l'analogie de composition que je lui supposais avec l'alcool potassique, était caractérisé par sa densité, trois fois et demie plus grande que celle de l'eau, et par sa puissance réfractrice, sensiblement égale, d'après un premier examen superficiel, à celle du sulfure de carbone.

» Depuis cette époque, j'ai étudié avec plus de soin ce curieux composé, et j'ai constaté que non-seulement c'était bien le plus lourd de tous les liquides composés connus, mais que c'était aussi celui dont la puissance de réfraction et de dispersion était la plus considérable.

» Dans l'espoir d'obtenir un liquide plus extraordinaire encore sous le rapport des propriétés optiques, j'ai été conduit à rechercher un composé homologue produit par l'huile de pommes de terre ou alcool amylique, dont la molécule est environ deux fois plus pesante que celle de l'alcool ordinaire ou éthylique. J'ai obtenu en effet le composé que l'on peut appeler *alcool amylthallique,* mais dont la densité comme la réfringence, quoique considérables encore, n'ont pas présenté le degré de grandeur relative que je m'attendais à trouver.

» Enfin, sur cette voie, j'ai dû naturellement essayer de produire avec l'esprit de bois l'alcool méthylthallique.

» Ce sont les résultats de mes observations sur les trois alcools éthylthallique, amylthallique et méthylthallique, qui sont consignés dans le Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre aujourd'hui au jugement de l'Académie.

» Je me bornerai à résumer ici les propriétés principales et le mode de préparation de ces trois composés.

» Les alcools éthylthallique $\left.\begin{matrix}C^4H^5\\Tl\end{matrix}\right\}O^2$ et amylthallique $\left.\begin{matrix}C^{10}H^{11}\\Tl\end{matrix}\right\}O^2$ sont tous deux liquides à la température ordinaire. Préparés avec les précautions que j'indique dans mon Mémoire, ils ont pour densités respectives, à la

(1) *Comptes rendus*, t. LV, p. 837.

température o degré, 3,550; 2,465, et pour indice de réfraction, à 20 degrés, 1,678 et 1,572; raie D du sp ctre.

» L'alcool méthylthallique est solide.

» Les indices de réfraction correspondant aux raies B et H de l'alcool éthylthallique sont 1,661 et 1,759, dont la différence, qui mesure le pouvoir dispersif, est 0,098; tandis que la différence des indices correspondants du sulfure de carbone (1,614 et 1,693), mesurés à la même température, est seulement 0,079, soit de 0,019 inférieure à la précédente.

» L'alcool éthylthallique est donc le plus lourd, le plus réfringent, et en même temps le plus dispersif pour la lumière, de tous les liquides connus.

» Le même liquide se prend en masse cristalline vers 3 degrés au-dessous de zéro, tandis que l'alcool amylthallique ne peut être congelé par un froid de — 20 degrés.

» L'un et l'autre ne peuvent bouillir sans se décomposer; ils donnent à la distillation, entre autres produits remarquables, de l'hydrogène pur, de l'alcool, le sel de l'acide oxygéné correspondant à cet alcool, et un abondant résidu de thallium métallique.

» Les trois composés brûlent à l'air avec une flamme plus ou moins éclairante et verte, en laissant pour résidus de l'oxyde noir avec des gouttelettes de métal. Tous trois sont solubles dans l'alcool correspondant et dans l'éther ordinaire; la dissolution éthérée reste limpide sous la double condition que l'éther soit pur et anhydre. Mais si ce liquide est plus ou moins aqueux, ou s'il a eu le contact de l'air pendant quelque temps, il donne une solution jaunâtre, qui laisse déposer peu à peu des cristaux rayonnés de protoxyde de thallium hydraté, brunissant sous l'action oxydante de l'éther aéré. La réaction est des plus sensibles.

» Le chloroforme dissout aussi les alcools thalliques, les deux liquides plus aisément que le solide. Mais bientôt la solution, qui était restée limpide, se trouble, jaunit, se fonce en couleur en abandonnant une quantité relativement considérable de protochlorure de thallium cristallisée. Il se produit en même temps de l'acide formique et une matière photogénique très-sensible à l'action de la lumiere, qui communique sa coloration brune au chlorure.

» Les alcools thalliques sont décomposés plus ou moins facilement par l'eau ou l'humidité de l'air. De l'oxyde de thallium hydraté est mis en liberté, et l'alcool correspondant régénéré. Ils sont également décomposés par les acides; toutefois, l'acide carbonique paraît former une combinaison solide et définie.

» Enfin, le sulfure de carbone exerce sur eux une action des plus vives, mais variable, quant aux composés produits, avec la quantité relative des éléments mis en présence.

» L'alcool éthylthallique se prépare de la façon suivante : sous le récipient d'une machine pneumatique, dans un large vase à fond plat, on met un grand excès d'alcool absolu, et au-dessus de ce liquide des feuilles très-minces de thallium soutenues par une toile métallique. Le vide est fait dans le récipient pour enlever avec l'air l'humidité et l'acide carbonique qu'il renferme, et finalement celui-ci est mis en communication avec un sac à oxygène, par l'intermédiaire de tubes à ponce sulfurique et à potasse.

» Sous l'influence d'une température de 20 à 25 degrés, le thallium se transforme rapidement en huile pesante qui tombe au fond du vase au-dessous de l'alcool. De cette façon, sans toucher à l'appareil, on peut aisément se procurer en vingt-quatre heures une centaine de grammes de l'huile pesante.

» L'alcool amylthallique peut se préparer de la même manière au moyen de l'alcool amylique. Mais la lenteur de l'action doit faire préférer le procédé suivant. On mélange, équivalent à équivalent, de l'alcool amylique avec de l'alcool éthylthallique, et on distille le mélange à une température qui ne doit pas dépasser 140 degrés.

» Enfin, la méthode générale de préparation ne réussit plus quand il s'agit de l'alcool méthylthallique, parce que ce composé, recouvrant d'une croûte solide les feuilles de thallium, s'oppose à une action ultérieure des vapeurs oxydantes. Mais on l'obtient avec la plus grande facilité sous la forme d'un précipité blanc, grenu, en versant tout simplement un excès d'alcool méthylique pur sur l'un des deux alcools thalliques liquides.

» De l'existence des trois composés que forment les alcools les plus connus avec le thallium, on doit naturellement conclure que les autres alcools, aujourd'hui nombreux, qu'étudie la Chimie, devront engendrer des composés analogues.

» Je termine mon Mémoire en faisant observer que les métaux alcalins seuls, placés à côté du thallium dans des conditions identiques, donnent naissance à des composés semblables : c'est une analogie nouvelle et importante à ajouter à toutes celles que j'ai le premier signalées pour rapprocher le thallium des métaux alcalins. »

PHYSIQUE. — *Remarques à l'occasion d'une communication de* M. Bussy, *faite dans la séance du 24 octobre 1864*. Note de M. **Favre**, présentée par M. Dumas.

« L'Académie sait que je m'occupe depuis longtemps de recherches thermiques dans la voie où M. Bussy vient de s'engager à son tour. Des expériences nombreuses et les conclusions qui en découlent ont été mentionnées en 1860 dans les *Comptes rendus*, t. L, p. 1150, et t. LI, p. 316.

» J'ai employé le thermomètre à calories, qui offre le grand avantage de donner en calories la quantité de chaleur mise en jeu et de permettre de négliger la chaleur spécifique des mélanges dans cette détermination.

» J'ai également insisté sur la nécessité d'étudier la densité, etc., des mélanges formés, pour saisir les relations avec le phénomène thermique.

» Trente-trois séries d'expériences et plus de deux cents déterminations m'ont conduit à formuler les mêmes conclusions que M. Bussy donne à la fin de son Mémoire. Je le remercie de s'être engagé dans la voie que je suis depuis bien des années, d'avoir appuyé par de nouvelles déterminations les conclusions que je devais tirer de mes recherches et de celles de mes devanciers, et d'avoir reconnu l'influence de la température initiale sur le phénomène thermique qui se produit pendant les mélanges, influence sur laquelle je reviendrai plus tard.

» Je poursuis mes recherches sur les mélanges, que je n'ai pas interrompues depuis cinq années; mais l'Académie comprend la convenance de ne publier maintenant de nouveaux résultats thermiques que lorsque leur interprétation définitive aura été rendue possible, dans la limite de ce qu'on peut espérer, par la détermination de la densité, de la chaleur spécifique, des propriétés optiques, etc., des mélanges qui prennent naissance. En attendant, je fais des vœux pour voir se multiplier les recherches sur le champ presque vierge encore de la thermochimie, champ si vaste et si fécond et où chacun peut compter sur une ample moisson.

» J'ajouterai ici, et seulement comme complément aux résultats déjà publiés dans les *Comptes rendus*, quelques résultats qui viennent confirmer l'effet des deux actions antagonistes, l'action attractive des masses et l'action de diffusion, et qui datent de 1861.

» Les mélanges suivants ont été faits à la température de 24 degrés environ.

I. — *Action de l'eau sur 1 équivalent d'alcool méthylique.*

Équivalents d'eau.	Calories.
4	605,16
4	336,82
4	197,78
4	126,65
4	62,57
4	54,97
4	46,12
4	36,00
4	19,26

II. — *Action de l'alcool vinique sur 4 équivalents d'alcool méthylique, sur 1 équivalent d'alcool amylique et d'alcool caprylique, et sur 1 équivalent de glycol.*

ALCOOL MÉTHYLIQUE.		ALCOOL AMYLIQUE.		ALCOOL CAPRYLIQUE.	
Équivalents d'alcool.	Calories.	Équivalents d'alcool.	Calories.	Équivalents d'alcool.	Calories
1	−21,30	1	−85,16	5	−303,97
5	−85,69	2	−58,57	10	−139,30
4	−53,93	5	−57,68		
10	−43,11				

GLYCOL.	
Équivalents d'alcool.	Calories.
1	−142,76
5	−191,15
10	− 50,01

III. *Action de 5 équivalents d'alcool vinique sur 1 équivalent des alcools suivants.*

	Calories.
Alcool méthylique	− 51,01
Alcool amylique	−175,04
Alcool caprylique	−303,97
Alcool glycol	−322,96
Alcool glycérine	−650,92

» Ces résultats et ceux du même ordre déjà publiés dans les *Comptes rendus* me permettent de tirer les conclusions suivantes :

» 1° Lorsqu'on mélange l'alcool vinique avec un de ses homologues, la quantité de chaleur absorbée est d'autant plus forte que l'alcool correspond

à un hydrocarbure plus condensé. Quant aux alcools polyatomiques, on remarque que l'absorption de chaleur dépasse celle qui correspond aux alcools monoatomiques observés. La glycérine, alcool triatomique, donne de beaucoup l'effet le plus prononcé.

» 2° Dans la réaction de l'eau sur les alcools méthylique et vinique, il y a chaleur dégagée, et l'effet thermique le plus fort correspond à l'alcool dont l'équivalent est le plus faible.

» 3° L'effet dû à la simple diffusion prédomine, quand on mélange des alcools entre eux, tandis que l'effet thermique inverse est, au contraire, prédominant lorsqu'on mêle respectivement les divers alcools à l'eau; et, comme on pouvait s'y attendre, le maximum de chaleur dégagée en présence de l'eau correspond à l'alcool méthylique, c'est-à-dire à celui qui, en vertu du phénomène de diffusion, absorbe le moins de chaleur. »

Observations de **M. Bussy** *sur la Note précédente.*

« M. Bussy appuie l'insertion de la Note; il reconnaît que les observations antérieures de M. Favre méritent d'être citées parmi les travaux importants qui ont trait au sujet dont il s'occupe; il se propose de les apprécier dans la dernière partie du travail qu'il espère présenter prochainement à l'Académie, en son nom et en celui de M. Buignet.

» M. Bussy rappelle que M. Buignet et lui ont été conduits, en quelque sorte incidemment, à s'occuper des phénomènes calorifiques. Ayant observé, dans leurs premières recherches, un abaissement notable de température pendant le mélange de l'acide cyanhydrique avec l'eau, ils ont voulu déterminer les limites et préciser les conditions de cet abaissement de température. Ils ont été ainsi amenés par la nature du sujet, et comme complément de leur travail, à vérifier sur d'autres liquides analogues le fait constaté d'abord sur l'acide cyanhydrique et l'eau. Ils ont reconnu que ce n'était point un fait exceptionnel, propre uniquement aux deux liquides examinés; qu'il se reproduisait encore avec beaucoup d'autres; que c'était un fait général tenant au mélange même des liquides entre eux, mais que l'abaissement de température était le plus ordinairement masqué par l'influence de l'affinité ou des changements d'état.

» M. Favre aurait tort de voir dans le nouveau travail de MM. Bussy et Buignet le désir d'entraver des recherches en cours d'exécution, qu'ils ne pouvaient d'ailleurs pas connaître, et dont ils appellent la continuation. La science ne peut que gagner à ce que des faits importants, généraux, soient

vérifiés par des voies différentes et sur des corps différents. Il est à remarquer, en effet, que les procédés d'investigation, ainsi que les liquides sur lesquels ont opéré MM. Bussy et Buignet, sont autres que ceux employés par M. Favre.

» Quant aux conclusions générales du travail, M. Bussy fait observer que celles qui se déduisent des deux Mémoires antérieurs auxquels fait allusion M. Favre, intitulés : *Recherches sur l'affinité chimique; phénomènes calorifiques produits par l'action de l'eau et de l'alcool sur plusieurs substances*, sont relatives à des mélanges de liquides complexes renfermant des corps solides en dissolution, auxquels on peut attribuer une portion des effets observés; tandis que MM. Bussy et Buignet ont opéré exclusivement et à dessein sur des liquides simples, et que les conséquences qu'ils ont tirées de leurs expériences peuvent être considérées comme s'appliquant à l'état liquide de la matière, abstraction faite de toute autre circonstance. »

MÉTALLURGIE. — *Effets du wolfram sur les fontes au charbon de bois*. Note de **M. Le Guen**, présentée par M. Pelouze.

« Une série d'expériences que j'ai faites, en 1864, à la fonderie de la Marine, à Nevers, pour connaître l'action du wolfram sur les fontes au charbon de bois, a prouvé qu'elles acquièrent ainsi plus de ténacité, comme on l'avait vu précédemment pour des fontes au coke. Ces dernières contenant habituellement des substances étrangères, telles que du soufre et du phosphore, avaient pu être épurées par les métaux du wolfram, et quelques personnes, attribuant à cette cause l'amélioration produite, pensaient qu'il n'en serait pas de même avec des fontes au charbon de bois très-pures.

» Les nouveaux essais ont porté : 1° sur une fonte de Raveau (Nièvre) d'excellente qualité ; 2° sur des fontes d'artillerie de Nevers et de Ruelle, ainsi nommées parce qu'on les emploie à fabriquer des bouches à feu.

» Les épreuves avaient lieu à la poudre, sur des cylindres creux qu'on faisait éclater et auxquels, par des procédés d'une grande précision, l'on donnait les mêmes épaisseurs et le même vide intérieur. La fusion de chaque cylindre exigeait 80 kilogrammes de métal ; elle s'effectuait pour chacun dans les mêmes circonstances de brassages et de durée, afin que tout fût égal de part et d'autre. Les proportions de wolfram de l'alliage ont été de $1\frac{1}{2}$, 2 et $2\frac{1}{2}$. La supériorité de résistance s'est maintenue constamment du côté de la fonte alliée. Pour nous assurer si elle ne provenait pas d'un effet de décarburation exercé par le wolfram, nous avons multiplié les

expériences, en donnant à la fonte pure des nuances de plus en plus claires par des additions de fonte de seconde fusion de Nevers et de Ruelle, et en éprouvant ces diverses nuances. Les additions étaient poussées jusqu'au point où elles cessaient d'être avantageuses. Mais par ces divers moyens nous n'avons pu parvenir à donner au métal une force égale à celle qu'il recevait du wolfram. Une analyse faite à l'École des Mines a du reste constaté la présence et la quantité de tungstène existant dans les cylindres.

» Il résulte de ces faits que le wolfram exerce sur les fontes une action spéciale, indépendante de la nuance ou de la décarburation, et due à l'alliage du tungstène. Cependant l'effet produit a été inférieur à celui obtenu sur les fontes au coke, d'où l'on peut conclure qu'une partie de l'action du wolfram sur ces dernières appartient en effet à l'épuration.

» L'augmentation de ténacité s'est élevée à environ $\frac{1}{6}$ avec la fonte de Raveau et $\frac{1}{7}$ avec celle de Ruelle. Il se peut que ce chiffre soit au-dessous du maximum possible, les essais s'étant bornés à rechercher la cause de l'amélioration. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Description d'un nouveau barométrographe.* Note de **M. J. Morin**, présentée par M. Babinet.

« Par la construction de ce nouvel instrument, on s'est proposé de rendre plus faciles et plus commodes les observations barométriques et de propager ainsi une pratique aussi éminemment utile.

» Les barométrographes existant actuellement ne remplissent qu'imparfaitement les conditions nécessaires. L'assujettissement des préparations photographiques, le coût élevé tant de l'achat que de l'entretien des instruments de ce genre sont certainement des obstacles à leur vulgarisation.

» Celui qui est proposé se compose de trois parties principales : l'*horloge*, le *baromètre* et le *système électrique*.

» L'*horloge* joint à ses attributions ordinaires celle de faire tourner le cylindre vertical portant le papier quadrillé destiné à recevoir l'enregistration ; ce cylindre fait un tour sur lui-même en vingt-quatre heures et suffit par conséquent aux observations de toute une journée.

» C'est le baromètre à siphon qui a été choisi comme se prêtant mieux à la solution du problème. La partie supérieure de la longue branche a été notablement augmentée en diamètre, afin de rendre plus sensible l'effet produit dans la petite branche.

» Le *système électrique* se compose, d'une part, d'une tige en fer sus-

pendue dans l'axe de la petite branche du baromètre; d'autre part, d'une crémaillère qui fait presque équilibre à la tige de fer au moyen d'un fil passant sur une poulie disposée convenablement.

» A l'état de repos, le poids de la crémaillère l'emportant, la tige de fer reste suspendue; à chaque quart d'heure marqué par l'horloge, un moteur auxiliaire soulève la crémaillère, la tige de fer descend, et, au moyen d'un prolongement en platine, arrive jusqu'à se mettre en contact avec la surface du mercure; un circuit se complète alors par ce seul fait et anime un électro-aimant spécial, qui arrête la tige de fer dans son mouvement et marque ainsi la hauteur correspondante du baromètre; un petit marteau frappe sur une pointe d'aiguille latérale à la tige et enregistre ainsi l'indication sur le papier quadrillé; le cylindre, continuant son mouvement sur lui-même, reçoit ainsi quatre-vingt-seize fois par jour les hauteurs correspondantes du baromètre. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formamide au moyen des formiates et des oxalates.* Note de M. **Lorin**, présentée par M. Bussy.

« L'un des modes généraux de production des amides consiste, comme on le sait, à faire réagir l'ammoniaque sur l'acide libre ou naissant correspondant à l'amide, puis à décomposer, à l'aide de la chaleur, le sel ammoniacal formé. L'application de ce mode général a été faite, dans plusieurs cas particuliers, à propos du formamide. Je me suis proposé de donner à cette application une plus grande extension, et de montrer, une fois de plus, que l'exception que présentait, jusqu'à ces derniers temps, la génération de ce corps, n'était qu'apparente.

» *Formiates.* — On sait aussi que M. Petersen a obtenu l'acétamide en faisant réagir le chlorhydrate d'ammoniaque sur l'acétate de soude. Ce procédé s'applique également à la production du formamide. Avec le mélange, à équivalents égaux, de formiate de soude et de chlorhydrate d'ammoniaque, j'ai obtenu le formamide par l'action ménagée de la chaleur. Les phénomènes qui accompagnent la production de ce corps sont identiques à ceux que présente la distillation du formiate d'ammoniaque (Note du 4 juillet). J'ai constaté également la production simultanée de l'oxyde de carbone, 12 litres environ pour 100 grammes de formiate, comme produit secondaire.

» On peut encore obtenir le formamide, mais d'une manière moins avantageuse, en remplaçant le formiate de soude par le formiate de chaux, et il

est probable que cette remarque s'étend à l'emploi de tous les sels de soude et de chaux pour la préparation des amides correspondants. Quoi qu'il en soit, la réaction avec le formiate de chaux et le chlorhydrate d'ammoniaque, équivalent pour équivalent, donne des résultats qui s'écartent un peu de ceux qui précèdent. Il faut, en effet, élever davantage la température; le gaz se dégage avec moins de facilité et en quantité bien plus petite; la proportion de formamide obtenu est relativement moindre que celle que l'on obtient avec le formiate de soude. De l'acide cyanhydrique et du carbonate d'ammoniaque se produisent aussi. Quant à la composition du gaz, je l'ai trouvé, en opérant sur l'eau, formé de 2 volumes environ d'oxyde de carbone pour 3 volumes d'hydrogène, avec des traces de carbures.

» Une réaction qui m'a paru mériter également d'être indiquée, c'est celle à laquelle donnent lieu le formiate d'ammoniaque et le chlorure de calcium. Ces deux sels mélangés se combinent, et, quoique j'aie maintenu le mélange pendant sept heures vers 280 degrés, je n'ai constaté qu'un dégagement, très-faible relativement, d'oxyde de carbone pur : il s'est encore formé de l'acide cyanhydrique et du carbonate d'ammoniaque. Ces circonstances et la rapidité avec laquelle s'élève le point d'ébullition de la petite quantité de liquide fourni permettent de croire qu'il se fait encore du formamide dans cette réaction, mais à l'état de traces pour ainsi dire.

» *Oxalates.* — Un certain nombre de faits mettent en évidence l'étroite relation qu'il y a entre l'acide formique et l'acide oxalique. Parmi ces faits, je rappellerai celui-ci, qui est dû à M. Berthelot : la transformation, faite exactement, de l'acide oxalique en acide formique et en acide carbonique, sous l'influence de la glycérine, etc. En voici encore un qui vient confirmer cette proposition, que le formamide suit le mode de génération de tous les autres amides, c'est l'existence de ce corps parmi les produits de la décomposition des oxalates d'ammoniaque, neutre ou acide, sous l'action ménagée de la chaleur. Gerhardt, dans une recherche qui a été la suite du travail remarquable de M. Balard sur l'acide oxamique, a fait connaître que l'oxalate d'aniline, en se décomposant, formait en même temps l'oxanilide et le formanilide. A son exemple, j'ai recherché la présence du formamide dans les produits que donnent les oxalates d'ammoniaque.

» J'ai opéré sur ces sels cristallisés et secs, neutres ou acides. En rejetant la portion de la liqueur qui a passé au-dessous de 130 degrés, dans la distillation de chacun des liquides obtenus, puis achevant la distillation sous une faible pression et desséchant ensuite sur l'acide sulfurique bouilli, j'ai fini, après une dernière distillation faite dans le vide partiel, par obtenir

des liquides qui ont présenté les caractères du formamide. Pour mettre hors de doute l'existence de ce corps dans ces réactions, voici comment j'ai achevé de le purifier et de le traiter. Je l'ai mis en contact pendant plusieurs semaines et agité de temps à autre avec du carbonate de plomb en poudre, sec et pur; je l'ai filtré, puis décomposé par un courant d'hydrogène sulfuré sec, filtré de nouveau, et enfin soumis à une dernière distillation dans le vide, toutes ces opérations ayant été faites dans de l'air sec. J'ai ensuite dosé l'ammoniaque dans le dernier produit obtenu. J'ai vérifié d'ailleurs que sous l'influence de la potasse il ne se régénérait pas d'acide oxalique.

» La production du gaz et du carbonate d'ammoniaque par la distillation ménagée des oxalates d'ammoniaque, neutre ou acide, est en rapport avec la composition de ces sels. Pendant que l'oxalate neutre donne une quantité très-considérable de carbonate d'ammoniaque, l'oxalate acide en donne très-peu. Au contraire, les quantités de gaz produites sont en sens inverse, comme on pouvait le prévoir.

» Pour résumer cette Note : 1° on obtient la formamide en distillant un mélange de chlorhydrate d'ammoniaque et de formiate, spécialement de formiate de soude; 2° à la liste déjà nombreuse des corps auxquels donne naissance la distillation, faite avec ménagement, des oxalates d'ammoniaque neutre ou acide il faut ajouter le formamide.

» Les expériences ont été faites à l'École de Pharmacie, au laboratoire de M. Berthelot. »

M. Dubois (Benj.) prie l'Académie de vouloir bien l'autoriser à prendre connaissance d'un Mémoire sur l'enseignement de la parole aux sourds-muets, présenté à une des précédentes séances.

D'après les usages constants de l'Académie, c'est à M. Houdin lui-même que devra s'adresser M. Dubois pour obtenir communication de ce travail.

M. Avrard demande et obtient l'autorisation de reprendre un Mémoire et un appareil qu'il avait présentés au concours pour le prix de Médecine et de Chirurgie, mais qui n'ont pas été remis à temps pour être compris dans les pièces de concours de 1864.

M. Huette adresse, en double exemplaire, un Tableau des observations météorologiques faites à Nantes pendant l'année 1863.

La séance est levée à 5 heures et demie. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 7 novembre 1864 les ouvrages dont voici les titres :

Annales de l'Observatoire impérial de Paris, publiées par U.-J. LE VERRIER, directeur de l'Observatoire. *Observations*, t. XIX, 1863. Paris, 1864; vol. in-4°.

Mémoires des concours et des savants étrangers, publiés par l'Académie royale de Médecine de Belgique; 5e fascicule du tome V : *De l'opium dans la pratique obstétricale; par* M. le Dr BRIBOSIA. Bruxelles, 1864; in-4°.

Traité des mécanismes, renfermant la théorie géométrique des organes et celle des résistances passives; par J.-N. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. Paris, 1864; in-8° avec planches. (Présenté, au nom de l'auteur, par M. Delaunay.)

Traité de Géométrie descriptive; par Jules DE LA GOURNERIE; 3e partie. Paris, 1864; in-4° avec atlas. (Présenté, au nom de l'auteur, par M. Chasles.)

Traité de la dyspepsie fondé sur l'étude physiologique et clinique; par J.-J. GUIPON. Paris, 1864; in-8°. (Présenté, au nom de l'auteur, par M. Rayer.)

Sur la viticulture du nord-est de la France, Rapport à S. Exc. M. Armand Béhic, Ministre de l'Agriculture, du Commerce et des Travaux publics; *par* le Dr Jules GUYOT. Paris, 1864; in-8°. 2 exemplaires.

Sur la synthèse des substances organiques, par M. BERTHELOT (Discours prononcé à la Société Chimique de Londres, le 4 juin 1864); traduit par M. M. LAFONTAINE. (Extrait de la *Bibliothèque universelle et Revue suisse, Archives des Sciences physiques et naturelles*, t. XX.) Genève; br. in-8°.

Matériaux pour servir à l'histoire des métaux, de la cérite et de la gadolinite; par M. M. LAFONTAINE. (Extrait du même recueil, t. XXI.) Genève; br. in-8°.

Recherches d'une orbite au moyen d'observations géocentriques, d'après le « Theoria motus corporum cœlestium » *de Gauss; par* M. Ch. GIRAULT. Caen, 1864; in-8°.

De l'instinct et de l'intelligence des animaux; par M. L.-E. MÉRET. Paris, 1864; in-8°.

Verhandlungen... *Transactions de la Société d'Histoire naturelle et de Médecine de Heidelberg;* vol. III, 4e partie. 1 feuille in-8°.

Libros del saber... *Livres de la Science astronomique du roi don Al-*

phonse X de Castille, réunis, annotés et commentés par don Manuel RICO Y SINOBAS, membre titulaire de l'Académie royale des Sciences; ouvrage publié par ordre de Sa Majesté; t. III. Madrid, 1864; vol. in-folio.

L'Osservatore medico... *L'Observateur médical,* journal sicilien publié sous la direction du prof. S. CACOPARDO; 2e série, vol. II, fasc. 5 et 6, septembre à décembre 1863. Palerme; in-8°. (Adressé par *M. Maggiorani,* qui a fait imprimer dans ce numéro le travail sur les fonctions de la rate, dont le résumé a été présenté dans la séance de ce jour, 7 novembre.)